

**TRATTATO
ELEMENTARE DI
FISICA ESPOSTO IN
UN ORDINE NUOVO
SECONDO LE...**

Antoine Libes





3. 3. 65

~~3. 3. 65~~

3. C. 3



61 X11

11.11.11

11.11.11



TRATTATO ELEMENTARE DI FISICA

ESPOSTO IN UN ORDINE NUOVO SECONDO
LE MODERNE SCOPERTE

DAL SIG. A. LIBES

PROFESSORE DI FISICA NELLE SCUOLE CENTRALI DI PARIGI
E MEMBRO DI VARIE SOCIETÀ LETTERARIE

Tradotto dal Francese e arricchito d'illustrazioni
e di note

DA LUIGI BARONI

DELLE SCUOLE PIE

PUBBLICO PROFESSORE DI FILOSOFIA E MATEMATICA

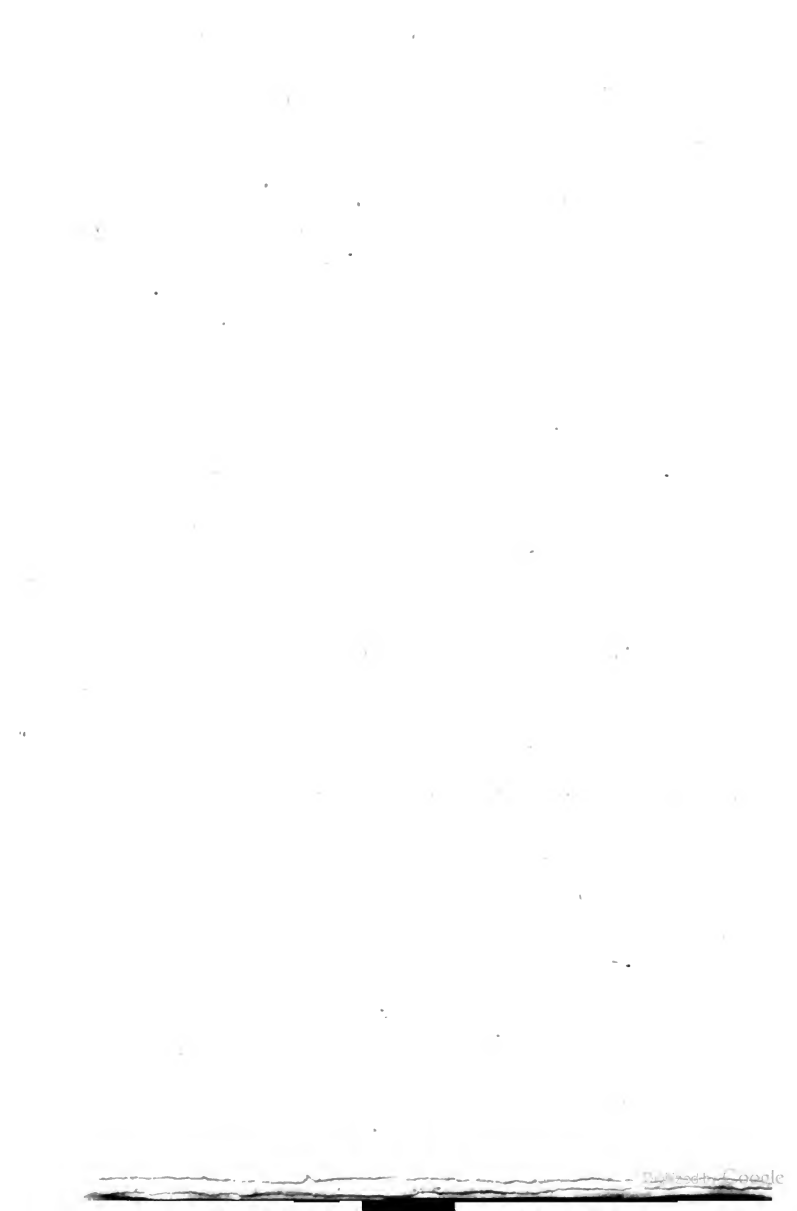
Tomo I.

FIRENZE MDCCCIII.

PER DOMENICO CIARDETTI CON LICENZA DE' SUPERIORI

Vendibile presso Guglielmo Piatti.





AL NOBILE UOMO

IL SIGNORE

FRANCESCO SASSI

DELLA TOSA

PATRIZIO FIORENTINO

PRESIDENTE DELLA SOCIETÀ COLOMBARIA

cc. cc.

NOBILISSIMO SIGNORE

Se lo splendore della Vostra Prosa-
pia e le azioni gloriose dei Vostri Ante-
nati colpiscono ognora e ognor colpiran-
no gli sguardi di chiunque rifletta come
a gara nella Vostra illustre Casa han re-
gnato la Pietà e l'Affabilità, la Nobiltà

e la Magnificenza, la Dovizia e la Liberalità, più che mai eccita la comun maraviglia il vedere in Voi accoppiate queste Virtù all'Amor delle Lettere e delle Scienze. Come infatti ha sempre goduto la Chiesa Fiorentina d'avere i Della Tosa per suoi Patroni e Difensori, e come dai Della Tosa Ella ancor riconosce il suo essere ed il suo maggior lustro; così la dotta Società Colombaria intenta tutta agli studj dell' Antichità e della universale Letteratura da Voi solo or riconosce la nuova vita che le ha ispirato la Vostra attività e il Vostro zelo, e da Voi ripete la nuova gloria con cui Essa, mercè la Vostra Liberalità, risplende adesso al mondo letterario e scientifico. Quindi a tutta ragione la nostra Città ammira in Voi il nobil genio di Mecenate degli ingegni e degli studj, a Voi contesta i sentimenti più vivi di gratitudine e di amore, e piena ognora di venerazione per

Voi con gioia ^vripete unitamente al Vostro Nome il numero delle Vostre Beneficenze.

Io pure in mezzo alla comune ammirazione e alle lodi universali bramo di contestarvi i sentimenti del mio cuore con quel mezzo che mi permette la mia scarsità. E perciò a Voi, Nobilissimo Signore, offro questa tenue fatica della mia Traduzione della Fisica di Libes, a Voi che amate e gustate tutto il Bello presentatovi dalla Natura e dall'Arte o per vederlo dipinto coi più espressivi colori nelle belle Memorie degli Accademici a cui con tanta gloria or presiedete, o per mirarlo scolpito nei pezzi mirabili d'Arte sì antichi che moderni, o per conoscerlo sviluppato com'è nei varj Codici e Opere dal Vostro buon gusto raccolte; a Voi cui il fino discernimento dà campo di penetrare nelle fisiche cognizioni, nelle vaste vedure e nelle idee ingegnose dell'Auto-

STUDENTI DI FISICA

DELLE SCUOLE PIE

Non vi maraviglierete che in mezzo a tanti Corsi Elementari di Fisica io adesso, in preferenza di quelli del Corsini, del Sauri, del Para, del Brisson, del Poli già da voi usati, vi ponga davanti il presente Trattato Elementare di Fisica del Sig. Libes, qualora voi riflettiate come questa scienza che coestende i suoi limiti con quelli della Natura e dell' Universo, per l' avanti mal conosciuta, quindi tratta fuori al suo vero punto di vista, ed ora alla fine con ripetuti impegni perfezionata, va ognor discoprendo ai suoi interpreti che spassionatamente l'interrogano, nuovi tesori di verità e di fatti, i quali ci fanno conoscere il bello di essa Natura e ci mostrano le molle segrete con cui Ella agisce per produrre i più bizzarri fenomeni. Anzi in voi svanirà ogni principio di maraviglia, quando nello scorrer questo nuovo Trattato vedrete schierarsi sotto gli occhi un treno ognor più grandioso di scoperte fatte negli ultimi tempi, e nei giorni nostri o appien confermate o

scrupolosamente richiamate ad un filosofico esame.

E così infatti doveva accadere dacchè si procurò di portar nella Fisica non solamente la Chimica ma anche la Storia Naturale, divenute ora tutte tre, insieme con le Matematiche, le scienze, per così dire, di moda, perchè ora soltanto hanno i Fisici alfin convenuto non potersi da queste, e in specialtà dalla prima, disgiunger la Fisica che chiamasi generale.

Io perciò all'oggetto di darvi nelle mani un miglior Corso Elementare di Fisica Generale corredato di quelle rette nozioni chimiche che necessariamente vi si richiegono, mi son preso l'incarico di tradurvi detto libro atto per ora ad adempier le vostre brame di esser messi a portata delle primarie fisiche cognizioni anche nel primo anno del vostro corso di Filosofia, riservandovisi sol nel secondo il profundarvi nella Fisica Matematica sotto la direzione e con alla mano il libro, il più ragionato tra gli elementari, degli Elementi di Fisica-Matematica de' miei illustri Colleghi PP. Stanislao Canovai e Gaetano del Ricco dell' Ordin mio e Professori onorarj della Regia Università di Pisa. Nel che fare, benchè per miglior ordine, brevità e chiarezza abbia io ardito talvolta o di permutare il luogo ad alcune materie (come per altrui

*consiglio ho trasmesso al trattato della Cris-
tallizzazione quanto dice l' A. sulla forma-
zione de' corpi nel §. della Figurabilità) o
di tralasciar qualche squarcio di cose inu-
tili e incerte (come il piano dell' Opera , e
la decomposizione dell' acqua per via del
galvanismo o supposta o immersa ancora in
mille dubbj) o di illustrare qualche punto
di scienza e qualche dimostrazione (come
la dimostrazione del teorema spettante agli
spazj trascorsi con moto uniforme e accele-
rato), tuttavia ho procurato di essere at-
taccatissimo ai sentimenti del dottissimo
A. sebbene da me espressi con quel giro di
periodo che ho creduto più opportuno allo
spirito del nostro idioma , fors' anche mo-
strandomi troppo scrupoloso nel seguirar
passo passo l' A. nelle sue nuove idee sull' e-
lasticità e sul modo ingegnoso da lui im-
maginato di spiegarne i fenomeni: ed ho an-
che creduto mio dovere lo sviluppare un po-
co di quando in quando con delle Note al-
cune dottrine troppo leggermente toccate ,
a mio parere, dall' A. specialmente nella
Meccanica e nell' Astronomia, senza però
mai dilungarmi dal di lui metodo e dai li-
miti di un libro puramente elementare.*

*Del resto quasi ad ogni pagina avrete,
o Giovani, il dolce piacer di vedere come
il dotto e profondo Sig. A. Libes lungi da
ogni ombra di spirito sistematico e di ful-*

sa metafisica non segue che l'evidenza de' fatti sempre guidato dal metodo e dall'osservazione, e come partendo sempre da principj già stabiliti applica con felicità nel cammino la teoria alla pratica sulle traccie gloriose di un Nevuton, s'Gravesande, Nollet, Musschembroek ec. fra gli antichi, d'un La-Place, Monge, Coulomb, Haüy, Lavoisier, Fourcroy ec. fra i moderni. Possiate ancor voi una volta camminar sulle traccie di questi grand' Uomini, e facendo in voi rivivere i Galilei, i Viviani, i Torricelli, i Magalotti, possiate alla fine far risorgere in faccia all'Inghilterra e alla Francia l'illustre Accademia del Cimento già maestra in Fisica della dotta Europa!

TRATTATO ELEMENTARE DI FISICA

LA Fisica è la scienza della natura, intendendosi per *scienza* una serie ragionata di proposizioni relative ad uno stesso soggetto, e per *natura* la riunione di tutti i corpi componenti l'universo; sotto il nome poi di *corpo* comprendo ciò che manifesta la sua esistenza per qualche azione su i nostri sensi, come appunto la resistenza che provo toccando un corpo mi prova la sua esistenza. Ma siccome la *Chimica* ancora e la *Storia Naturale* sono al par della *Fisica* la scienza della natura, così per distinguer l'una dall'altra chiamasi *Fisica* quel ramo di scienza della natura, che si occupa nello studiar le proprietà dei corpi, cioè d'osservare ciò che essi ci offrono di costante e uniforme nella lor maniera o di essere o di agire, mentre la *Chimica* s'impiega nel decomporre i corpi e ricompergli con gli elementi risultati dalla lor decomposizione, e la *Storia Naturale* considera i caratteri distintivi dei corpi rilevandoli dalle lor qualità esteriori come il colore, la frattura, la forma ec. Così dunque la *Fisica* ha per oggetto le proprietà dei corpi rispetto alle lor cause ed effetti, la *Chimica* ne studia i principj, la *Storia Naturale* ne osserva quasi direi la loro fisionomia. Una tal divisione della scienza della natura sì utile in principio ha finito col nuocere al di lei avanzamento, mentre finchè la *Fisica*, la *Chimica* e la *Storia Naturale* sono state isolate e del tutto indipendenti, si ridussero a uno stato di debolezza e di lan-

Vol. I.

guore, da cui sol si riebbro quando riunite concorsero a formare colle lor rispettive ricchezze un tesoro comune che servi al vantaggio di ognuna; epoca felice da cui si contan d'ognuna i più rapidi progressi. Nel nostro corso vedrassi quale influenza abbia avuto una tal riunione sulla spiegazion di un gran numero di fenomeni (a).

(a) *Fenomeno* parola greca significa apparenza; noi l'applichiamo a ogni azione, a ogni moto, in una parola a ogni effetto che ci presenta lo spettacolo dell'universo. A.

LIBRO I.

Di alcune proprietà generali de' corpi.

C A P. I.

Dell'estensione, divisibilità, figurabilità e impenetrabilità de' corpi.

ALl' immensa carriera che dobbiam correre ci apriremo l'ingresso coll'esposizione semplice delle proprietà comuni a tutti i corpi della natura, l'estensione, la divisibilità ec.

1. *Estensione.* La parola *estensione* esprime una di quelle idee che per la lor semplicità sfuggono ad ogni specie di analisi. Vani sono stati gli sforzi degli antichi per darne una definizione soddisfacente, e vane le lor discussioni e ricerche per sapere se essa costituisce l'essenza de' corpi, mentre la soluzione di un tal problema dipende dal conoscer la natura della materia, che fin qui ha deluso l'attività dei Fisici. Nello stato attuale delle nostre cognizioni dovendoci limitare a quanto il senso c'insegna dell'estensione ci basti il concepire esser estensione dovunque è contiguità e distinzione di parti; ond'è che l'estensione così concepita ha sempre tre dimensioni, lunghezza, larghezza e profondità. Al contrario del geometra il fisico non isola mai nè mai considera separatamente queste dimensioni, perchè studia i corpi quali glieli presenta la natura, la quale non nè presenta alcuno che non le abbia tutte tre insieme.

2. *Divisibilità.* Come non vi son corpi senza estensione, così non evvi estensione senza contiguità o distinzione di parti. Tutti i corpi son dunque composti di parti, parti che

già riunite dall' *affinità* (*b*) per formarne i corpi, posson poi separarsi le une dalle altre; ed ecco ciò che è la divisibilità. Ora per effettuar la separazion delle parti d' un corpo bisogna impiegare una forza ripulsiva superiore alla forza che le concatena; e questa può essere o l' effetto d' una potenza meccanica come la lima, la raspa, il pestello ec., ovvero il calorico (*c*) che, come vedremo, ha la proprietà di scostar le molecole di un corpo qualunque sottomesso alla di lui azione; ovvero dei fluidi come l' acqua, l' alcool o spirito di vino e gli acidi. Ma qualunque mezzo noi usiamo secondo le circostanze e la natura del corpo per separarne le parti, dopo l' operazione egli è ridotto in un gran numero di piccolissime molecole: e quando l' estrema lor piccolezza le toglie alla sensazione dei nostri sguardi, il microscopio ci fa ancor vedere in ciascuna di esse le tre dimensioni che caratterizzano l' estensione; per il che tuttavia concepiamo possibile un ulterior divisione nel caso ancora che le molecole sian ribelli ai nostri sforzi per effettuarla, giacchè ne ha solo la colpa l' insufficienza dei mezzi impiegativi, essendo sempre ognuna di queste molecole composta di parti suscettibili di una nuova separazione. In un bicchiere con dell' acqua limpida si stemperi del nitrato di potassa o nitro: la sostanza salina non tarda a diminuir di volume e quasi subito sparisce interamente; l' acqua non s' intorbida e conserva tutta la sua trasparenza. Ora in questa esperienza la sostanza salina non è annientata, esistendo nell' acqua come si può facilmente farla ricomparire senza che abbia sofferto la minima alterazione; dunque il sale è solamente diviso con essere le sue molecole separate e disperse nel fluido in tal piccolezza che non son sensibili all' occhio benchè usi il microscopio. Di più (Fig. I.) ponete alla fiamma di un piccol lume una storta di vetro con

(*b*) L' *affinità* è quella forza per cui le molecole dei corpi si attraggono reciprocamente, e cercandosi per così dir fra di loro si sforzan d' avvicinarsi le une alle altre. A.

(*c*) Chiamo *Calorico* quel fluido infinitamente sottile e libero la cui presenza eccita in noi la sensazione del calore. A.



entro del liquore odoroso, per es. acqua di lavanda: le parti più volatili del liquore sottomesso all'azion del calorico si uniscono subito al fluido che le separa dalla massa dando loro la fluidità aeriforme. Benchè grandissimo sia il numero di queste piccole molecole che si diffondono uniformemente in un gran spazio, pure son sì piccole che il volume del liquore non soffre nna sensibil diminuzione. Per saper questo numero prodigioso di particelle odorose cioè la division sorprendente della piccola quantità di liquore svaporato basta paragonarla al volume d'aria rinchiusa in una stanza di 12 p. quadr. e 10 d'altezza. Se il liquor della storta avanti l'esperienza era per es. 2 l. cub. e dopo si trovassero 4 particelle in ogni linea cuba d'aria, quanti milioni di parti non s'avrebber con questo paragone e col calcolo che facilmente può farsene? I quali milioni di parti di quanto non si aumentano se si consideri che ciò che fa nel nostro caso l'odore sensibilmente diffuso non è che la più piccola porzione di ciò che è svaporato? Il muschio ha una divisibilità tale che grani 1,88 di esso fa sentire il suo odore in un appartamento, con dell'incomodo, per 20 anni. E Boyle provò che un grano di rame disciolto contiene 22788000000 parti visibili. Col microscopio è facile il distinguere un gran numero d'anguillette natanti in alcuni fluidi per es. nell'acido acetoso o aceto, nell'acqua d'ostriche ec., mentre intanto ognun di questi animalletti è composto di un gran numero di parti distinte che posson tuttavia ricever nuove divisioni senza numero.

A tali fatti che attestano la maravigliosa divisibilità della materia aggiungansi le utili applicazioni che ne hanno fatte le arti. Pochi colpi di martello bastano per dare a un pezzo d'oro del peso d'1 gr. la forma d'una larga foglia, che poi a spese di sua grossezza aumenta assai di superficie quando s'assoggetti a nuovi colpi, avvertendo di porla fra due pelli finissime che son nello stomaco de' bovi per iscarsare il pericolo che la foglia si rompa nel successivo assottigliamento di essa: cosicchè s'assottiglia in modo che ci voglion 300000 di queste foglie le une sulle altre per farla grossezza d'1 pol. Supposto dunque che ognuna sia 1

pol. quadro, si potrà dividere ogni lato di detto quadrato in 600 parti visibili, ciò che dà 360000 quadratini visibili per una superficie d'1 pol. quadr.; ma 50 di queste foglie pesano 1 gr.; dunque il piccol solido è divisibile in 18 milioni di parti visibili ad occhio nudo. Ora ognun di questi quadratini si cangerebbe in una fogliuzza visibile col microscopio, in cui l'occhio e il calcolo avrebbe nuovo campo da esercitarsi.

L'arte del battiloro offre dei risultati assai più sorprendenti. Con una quantità d'oro che non eccede mai le 6 on. e che talor riducesi a 1 on., si copre un cilindro d'argento di circa 22 pol. di lunghezza e 15 l. di diametro, e del peso di 45 marc. Si fa passar successivamente il cilindro dorato per i buchi d'una piastra d'acciaio che vanno scemando, di modo che il cilindro allungandosi a spese del suo diametro acquista una lunghezza di 193920 t.: nella quale operazione l'oro si stende per il fil d'argento che ne resta coperto per ogni parte; e allora per farne una lama si passa il filo dorato fra due *Spianatoj* a cilindro d'acciaio levigato, per cui s'allunga ancora di $\frac{1}{2}$ con esser sempre la lama sopra e sotto dorata, onde si hanno due lame d'oro lunghe ciascuna 97 leghe.

Anche la Tintoria ci offre una prova della sorprendente divisibilità della materia: una piccolissima quantità di materia colorante si divide in tante parti quante se ne possono immaginare nella materia colorata. Ora qual numero prodigioso di parti risulterebbe dalla divisione d'un pezzo di stoffa? ne avrete un'idea se supponendo questo pezzo diviso in tanti fili quanti ne son bisognati per formarla, concepite quante volte potete applicar le cesoie per il lungo d'ognuno di questi fili. E qui passeremo sotto silenzio la questione puerile „ *se la materia è realmente divisibile all'infinito, ovvero se nell'ultimo risultato è composta di molecole indivisibili da doversi considerar come semplici* „ problema che dopo aver lungo tempo occupati i Fisici gli ha ricondotti al punto donde partirono, e che quand'anche fosse già sciolto, la sua soluzione non avrebbe esteso d'un passo i limiti della scienza.

3. *Figurabilità*. L'estensione de' corpi ha i suoi limiti, i quali sono le superficie che circondano i corpi, superficie che differendo fra loro per il numero, la figura, la disposizione e la grandezza forman quella che chiamasi *figura* dei corpi, variabile all'infinito. Vedremo a suo luogo (L. IV. c. III.) che lungi dall'esser questa un'opera dell'azzardo la natura osserva anche in ciò certe leggi invariabili scoperte prima da Romè-de-l'Isle e quindi spiegate da Bergman e superiormente ad ogni altro da Haüy.

4. *Impenetrabilità*. Dicesi impenetrabilità quella proprietà in virtù della quale due corpi occupar non posson nel tempo medesimo il medesimo posto. Al tatto dobbiam l'idea d'una tal proprietà della materia, poichè toccando dei solidi e sforzandoci di comprimerli proviamo una resistenza che ci mostra la loro impenetrabilità.

5. Se però è incontrastabile l'impenetrabilità dei solidi, non così manifesta si è quella dei fluidi per la gran mobilità delle loro molecole e per l'estrema lor facilità a ceder senza sforzo alla più leggiera impressione. E più equivoca ancora apparisce nelle sostanze aeriformi, perchè essendo l'aria atmosferica a contatto continuo ed eguale con noi per tutte le parti del corpo, ci siam talmente familiarizzati con essa che ci bisogna una riflessione per riconoscerne l'impressione che si prova: oltre di che essa oppone a tutti i nostri movimenti una real resistenza che per lo più sfugge ai nostri sensi e alla nostra attenzione. Ricorriamo dunque all'esperienza per provar l'impenetrabilità dell'aria, perchè, stabilita che sia per questo fluido aeriforme, l'analogia ci condurrà a concluderla ancora per tutti gli altri fluidi. Sulla superficie di limpidissima acqua messa in un vaso di cristallo sino a $\frac{2}{3}$ di sua capacità si faccia galleggiare un pezzo di sughero con sopra fissarvi un lume; vi si cali al di sopra verticalmente un altro vaso più stretto del primo colla bocca all'ingiù: il lume anderà, mantenendosi sempre acceso, in fondo all'acqua. Ora il vaso che verticalmente si cala contiene un volume d'aria che empie la sua capacità; questa massa fluida aerea benchè abbia poca densità è tuttavia composta di parti solide che in virtù della loro im-

penetrabilità fanno sull'acqua che incontrano ciò che farebbe ogni altro corpo le di cui parti fossero unite; e perciò deve il lume senza spingersi affondare nell'acqua. Sul che si osservi che sebben l'aria rinchiusa nel vaso si opponga all'acqua che si sforza d'entrarvi, la sua resistenza non è tale che l'escluda interamente. Infatti vedremo altrove (L. VII. P. I. c. II.) che l'aria è compressibile e che può ristringersi, se vi si costringa, in un più piccol volume, e vedremo ancora (L. II. P. II. c. II.) che un corpo immerso in un fluido vi è tanto più premuto quanto è più profonda la sua immersione: i quali due principj ci fanno spiegare perchè l'acqua s' eleva un poco nel vaso che si fa calar nell'acqua non ostante la resistenza dell'aria in lui contenuta; sebbene, sia qualunque la profondità a cui è immerso il vaso, mai l'acqua ridurrà a zero il volume dell'aria per occuparne essa tutto il posto, prova sicura che i fluidi aeriformi sono impenetrabili. Ecco il perchè 1.^o sia pur quanto si vuol grande la forza impiegata per spinger lo stantuffo in una tromba, mai gli si fa toccare il fondo, 2.^o l'imbuto il cui canale esattamente riempie il collo d'una bottiglia, è improprio per introdurvi un liquido, 3.^o non s'empie un bicchiere ruffato nell'acqua a capo all'ingiù, 4.^o non s'inumidisce un pezzetto di carta posto nel fondo d'un bicchiere immerso verticalmente all'ingiù nell'acqua, e 5.^o s'inumidisce se il fondo del bicchiere è forato anche con un foro strettissimo.

6. Fissiamo ora l'impenetrabilità della luce. Benchè questo fluido s'involi al senso del tatto, e le sue molecole sian d'una tenuità che sorprende la nostra immaginazione, pure tutto fa crederci essero anch'esso impenetrabile al pari di tutti i corpi della natura. Una luce troppo viva ferisce l'organo della vista; i nostri occhi non posson fissarsi sopra corpi che tramandano una luce sfavillante; la luce or si riflette or si rifrange secondo i corpi che incontra, si divide traversando per l'angolo d'un prisma in raggi di diversi colori. Tali proprietà, con molte altre che svilupperemo (L. XIII.) non ci dimostrano la luce impenetrabile?

Che se si dice che un chiodo penetra il legno in cui

conficcasi, che l'acqua e l'alcool nella commistione si penetrano a vicenda, facilmente si scorge esser questa una penetrazione apparente, mentre nel 1.^o caso succede uno smovimento delle parti del legno, entrando il chiodo nel vacuo che si fa nell'atto del ravvicinamento delle parti del legno a cui son dal chiodo obbligate; nel 2.^o lo spazio occupato dai due fluidi riuniti è minor della somma degli spazj occupati dai due fluidi isolati, perchè nella lor combinazione hanno scacciato una porzion del calorico interposto fra le loro molecole, come dimostra l'aumento di temperatura della mescolanza.

C A P. II.

Della Mobilità.

7. **LA** proprietà che han tutti i corpi di poter esser trasportati da un luogo in un altro dicesi *mobilità*, che è la stessa in tutte le molecole di materia e perciò indipendente dalla figura e pulitezza delle superficie, le quali influiscono esclusivamente sulle resistenze che oppongono al moto. Tutto ciò che riguarda il moto de' corpi appartiene alla loro inerzia: pure crediamo di dover riportare alla mobilità e il moto e le diverse circostanze che l'accompagnano.

8. Chiamo *moto* lo stato d' un corpo attualmente trasportato da un luogo in un altro. Egli è di due specie, *assoluto* cioè moto d'un corpo nello spazio in grande, e *relativo* cioè moto d'un corpo rispettivamente ad un altro, come degli animali sulla terra, del piloto in un vascello ec.

9. Anche la *quiete* o *riposò* che è uno stato puramente negativo, è di due specie, *assoluto* cioè la perseveranza d' un corpo nel medesimo punto dello spazio, e *relativo* cioè la situazion medesima d' un corpo riguardo a quelli che lo circondano; sebbene a parlar propriamente non dassi riposo assoluto in natura, giacchè dalle più tenui molecole di materia fino a quei globi immensi che maestosamente girano al di sopra delle nostre teste non vi è per tutto che moto

o tendenza al moto, la quale resiste al riposo assoluto, anima sempre le molecole della materia, e le pone in diverse combinazioni, e fa lor prendere mille forme che concorrono alla varietà e al ravvivamento della natura.

10. Ora le differenti circostanze che accompagnano il moto d' un corpo sono 1.^o la massa del corpo 3.^o lo spazio percorso 3.^o il tempo 4.^o la velocità 5.^o la forza che produce il moto.

11. *Massa*. La massa d' un corpo è la quantità reale di materia che contiene senza riguardo al suo *volume* cioè allo spazio che occupa: se questa considerasi sotto un volume determinato la massa prende il nome di densità.

12. *Spazio*. Lasciando ai Metafisici le definizioni dello spazio, basta per il Fisico sapere che uno spazio determinato, per es. la distanza fra le superficie che terminano una sala, può esser misurato; per il che fa d' uopo d' un unità di misura (*d*).

13. *Tempo*. Questa parola nulla indicando di reale solo esprime l' idea d' un cert' ordin di cose che succedonsi senza interruzione; così ci dà un' idea del tempo la maniera con cui i nostri pensieri succedonsi continuamente gli uni agli altri, come pure il cangiar di posto d' un corpo in moto passando successivamente da un punto ad un altro dello spazio; onde nel moto dee cercarsi la misura del tempo. Per averla esatta non avendo in natura per modello

(*d*) La Francia ha fissato questa misura stata finora arbitraria e però differente nei differenti paesi, prendendola nel meridiano terrestre; essa è $\frac{1}{10000000}$ dell' arco del meridiano compreso fra l' Equatore terrestre ed il polo, e si è chiamata *Metro*. Ora il Metro corrisponde secondo Borda e Pouchet a P. Fr. 3. — ^{pol.} 11,441952^l = B. Fiorentina 1. 14.^{sol.} 3,176054^d come dopo esatte esperienze e ragguagli ha favorito assicurarmene unitamente alle misure del *Livro* e del *Grammo* il Sig. Dr. Fil. Gallizioli. Anche Prony (Scola Politecn. T. 2. p. 70.) fa il metro = 3.^{Pi.} 11,44^l, onde non so come la Lande lo faccia = 3.^{Pi.} 11,296.^l di qui nasce la misura del decametro, hectometro, kilometro, ec. cioè di 10, 100, 1000 metri, e del decimetro, centimetro, millimetro ec. cioè di $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$ di metro.

un corpo il cui moto sia sempre egualmente rapido, ci contentiam d'averla per approssimazione rilevandola dal moto diurno della terra e prendendo per unità di misura la durata della rivoluzione apparente d'una stella intorno a questo nostro pianeta. Ciò basti per ora.

14. *Velocità*. Il paragon dello spazio percorso col tempo impiegato a percorrerlo ha dato l'idea di velocità. Se un corpo percorre spazj eguali in tempi eguali la sua velocità è *uniforme*: è *accelerata* se in tempi eguali percorre spazj che crescono ognora, o se percorre spazj eguali in tempi che ognora decrescono; che se gli spazj percorsi crescono egualmente in tempi eguali, la velocità è *uniformemente accelerata*: ed è *ritardata* se un mobile misura spazj eguali in tempi che crescono ognora, o se in tempi eguali gli spazj percorsi ognora decrescono; mentre si dice *uniformemente ritardato*, se in tempi eguali scemano pure egualmente gli spazj percorsi. Per lo più s'usa dir *moto uniforme*, *moto accelerato* ec. ec.

Suppongasi che Pietro trascorra con moto uniforme una mezza lega in un'ora e Giovanni in mezz'ora; si dirà che Giovanni ha una velocità doppia di quella di Pietro: dunque la velocità cresce, dato il medesimo spazio, nella ragione stessa con cui il tempo diminuisce. E se Pietro in un'ora trascorre mezza lega e Giovanni una lega, Pietro ha una velocità doppia di quella di Giovanni: dunque dato il medesimo tempo la velocità cresce in proporzione dello spazio. Dal che risulta che nel moto uniforme la velocità si esprime per il quoto d'una divisione, in cui lo spazio è il dividendo e il tempo il divisore. Ma essendo lo spazio ed il tempo quantità eterogenee o di differente specie, per fare una tal divisione bisogna spogliarle, per così dire, della loro eterogeneità riducendole a numeri astratti; e perciò si prende un'unità di tempo per es. 1", e un'unità di spazio per es. il piede, e allora lo spazio e il tempo son numeri astratti, che esprimono quante unità di loro specie essi rinchiodono. In tal modo la velocità diviene il quoziente d'una divisione, in cui il dividendo e il divisore son numeri astratti, e la sua unità è la velocità d'una

corpo che trascorre un piede in 1": e allor si può dire che nel moto uniforme la velocità eguaglia lo spazio diviso per il tempo; dal che si deduce che lo spazio eguaglia il prodotto della velocità per il tempo, e che il tempo eguaglia lo spazio diviso per la velocità. (e)

Se la natura non ci offre alcun modello del moto uniforme, molti ce ne presenta del moto uniformemente accelerato e ritardato; i corpi cadendo liberamente sulla superficie terrestre muovonsi con un moto uniformemente accelerato, e quelli che sono scagliati in un senso diametralmente opposto a quello della gravità (*f*) si muovon con un moto uniformemente ritardato: nei quali due casi il peso ora è potenza acceleratrice, ora ritardatrice.

15. Vediamo adesso le leggi particolari del moto unifor-

(e) Infatti un corpo ha tanto maggiore o minor velocità d'un altro, quanto maggiore o minore è direttamente lo spazio che trascorre, e quanto è minore o maggiore reciprocamente il tempo da esso impiegato a trascorrerlo, cosicchè chiamando V, v, S, s, T, t le velocità, gli spazj e i tempi si ha $V:v::S:\frac{1}{T}:\frac{1}{t}::\frac{S}{T}:\frac{s}{t}$, onde $V\frac{s}{t} = v\frac{S}{T}$, cioè supposto $v = 1 = s = t$, sarà $V = \frac{S}{T}$, e però $S = VT$, e $T = \frac{S}{V}$. Anzi da $\frac{Vs}{t} = \frac{vS}{T}$ si rileva che due corpi che muovonsi con moto uniforme hanno 1.° le velocità in ragion composta della diretta degli spazj e dell'inversa de' tempi, mentre $V:v::\frac{S}{T}:\frac{s}{t}$; 2.° i tempi nella composta della diretta degli spazj e dell'inversa delle velocità, mentre $T:t::vS:Vs$; 3.° gli spazj nella composta de' tempi e delle velocità, mentre $S:s::VT:vT$. E però se questi corpi hanno eguali o le velocità o i tempi o gli spazj, ossia se $V = v$, o $T = t$, o $S = s$, saranno rispettivamente gli spazj in ragion de' tempi cioè $S:s::T:t$, o le velocità in ragion degli spazj cioè $V:v::S:s$, o i tempi in ragion delle velocità cioè $T:t::V:v$.

(f) Si chiama *gravità generale*, o *attrazione* una forza qualunque per cui due corpi tendono scambievolmente l'un verso l'altro, tendenza che può esser l'effetto d'un'impulsione, e però colla parola attrazione indichiamo il fenomeno e non la causa: considerata nei corpi terrestri si nomina semplicemente *gravità*. A.

memente accelerato e ritardato. Un corpo che muovesi con moto uniformemente accelerato riceve delle velocità eguali in tempi eguali; onde la serie esprime il numero degli istanti scorsi dal principio dell'accelerazione indica ancora il numero de' gradi di velocità acquistata, e perciò la velocità acquistata nell'accelerazione è proporzionale al tempo; e l'una e l'altro possono rappresentarsi coi lati d'un triangolo. Infatti il lato AB del triangolo (Fig. 2.) rettangolo ABE rappresenti il tempo, ed A il principio del tempo: per i punti 1, 2, 3, ec. si tirino le linee, 1f, 2g, 3h, ec. parallele alla base BE.

E' dunque chiaro che essendo A 1, A 2, A 3 i tempi saranno 1f, 2g, 3h le velocità, e si avrà A 1 : 1f :: A 2 : 2g :: A 3 : 3h :: AB : BE. Ora se per un istante 1r di tempo si prenda un infinitesimo fr di superficie, la superficie evidentemente esprimerà lo spazio che con velocità uniforme fu trascorso dal corpo in quest'istante: dunque all'istante 1r corrisponde lo spazio trascorso fr. Ma il tempo totale AB è composto di questi istanti, e il total triangolo ABE risulta da questi spazj; dunque il triangolo ABE rappresenta lo spazio trascorso nel tempo AB, e del pari il triangolo A 1f rappresenta lo spazio trascorso nel tempo A 1. Si sa poi che ABE : A 1f :: BA² : A 1² :: BE² : 1f². Dunque gli spazj trascorsi con moto uniformemente accelerato sono in ragion de' quadrati de' tempi o delle velocità acquistate nell'accelerazione.

16. Dividiamo il tempo AB in parti eguali A 1, 1.2, 2.3, 3 B, e per i punti di divisione tiriamo delle parallele alla base. Gli spazj trascorsi in queste parti cioè nel 1.^o, 2.^o, 3.^o tempo cc. supponendoli tutti eguali sono in ragion delle superficie A 1f, 1fg 2, 2gh 3, 3h EB, le quali sono in ragion de' numeri impari. Dal che segue che nel moto uniformemente accelerato gli spazj parziali crescono in ragion di 1, 3, 5, 7, 9 cc. (g)

(g) Infatti lo spazio trascorso in 1' (§. 15.) essendo 1² = 1, in 2' essendo 2² = 4 cc., cioè essendo 1. lo spazio trascorso durante la 1.^a parte del tempo, 4. lo spazio trascorso durante le 2. prime parti del tempo cc., per aver lo spazio trascorso durante la 2.^a par-

17. Se alla fine del tempo AB la velocità del mobile cessa d'essere accelerata, e con la velocità BE acquistata nell'accelerazione continui a muoversi con moto uniforme nel tempo BC eguale al tempo AB dell'accelerazione, trascorrerà ad evidenza la superficie del rettangolo BEDC doppia di ABE; e però lo spazio trascorso con moto uniformemente accelerato è la metà dello spazio trascorso nel tempo stesso con moto uniforme con la velocità acquistata al fine dell'accelerazione.

18. Tali leggi son confermate dall'esperienza colla macchina del Sig. Dr. Athwood (Fig. 3.). Essa è composta d'una puleggia mobilissima A di 7,39 pol. di diametro sospesa comunque, di due cilindri di metallo B, C del medesimo peso e diametro, d'un cordoncino libero DEF, d'un peso G di 4 gros. 19 grani tondo da porsi sopra B, d'un altro peso H bislungo di peso eguale a G, d'un triangolo graduato KL con un cerchio di metallo I da fissarvi, sufficientemente largo per lasciar libero e facile il passo al corpo B. Stando B, C in equilibrio per essere eguali si carichi B del peso G onde farlo scendere ponendo la sua parte inferiore a 0 della graduazione. Con un pendolo atto a misurare i tempi eguali proprj alla caduta de' corpi si vedrà che al fine del 1.^o tempo la parte inferiore di B corrisponde a 1, del 2.^o a 4, del 3.^o a 9. ec.

te del tempo solamente tolgasi lo spazio trascorso in 1' dallo spazio trascorso in 2' e rimarrà lo spazio richiesto, cioè $4-1=3$; come pure si avrà $9-4=5$, $16-9=7$ ec. Dal che si rileva che data l'altezza da cui un mobile cade liberamente in un dato tempo si determinan gli spazj trascorsi ad ogni momento; poichè se a è l'altezza, t il tempo e x lo spazio trascorso nella 1.^a parte del tempo si ha (§. 15.) $a:x::t^2:1$, onde $x=\frac{a}{t^2}$ per il 1.^o tempo,

$=\frac{3a}{t^2}$ per il 2.^o, $=\frac{5a}{t^2}$ per il 3.^o ec.: così se $a=135\frac{3}{4}$ e $t=3''$, la somma degli spazj è $15\frac{1}{12}+45\frac{3}{12}+75\frac{5}{12}=135\frac{3}{4}$ come sperimentò Huygens (V. Prop. ult. de Horol. oscill.), risultato consimile a quello che ebbero Riccioli e Grimaldi in 4'' dall'altezza di 240.^{p.}

Dipoi rimesso B con la sua parte inferiore a o, si carichi del peso H lasciandolo cadere. Alla fine del 1.^o tempo quando B è a 1, il peso H resterà sul cerchio I, il che toglie a B il suo eccesso di peso sopra C e fa cessare l'azione della gravità, che era la potenza acceleratrice: intanto B continuando a muoversi, ma con moto uniforme, con la velocità acquistata nell'accelerazione, l'esperienza ci fa vedere che in ogni tempo successivo trascorre uno spazio doppio di quello che trascorse nel 1.^o tempo: se alla fine del 1.^o tempo la sua parte inferiore corrispondeva a 1, ora alla fine del 2.^o corrisponde a 3, del 3.^o a 5, del 4.^o a 7, del 5.^o a 9; mentre se la potenza acceleratrice avesse continuato la sua azione, la parte inferiore di B avrebbe corrisposto a 9 alla fine del 3.^o tempo.

19. E' facile far l'applicazione di queste leggi confermate dall'esperienza e dalla Geometria al moto uniformemente ritardato. Rappresenti AB (Fig. 2.) il tempo in cui un corpo si muove in un senso opposto alla gravità, ora potenza ritardatrice, e BE esprima la velocità con cui è lanciato: il corpo cesserà d'andare all'insù quando non vi è più velocità. Le parallele alla base nel triangolo ABE rappresentano le velocità nelle distanze a cui corrispondono, e la superficie ABE esprime lo spazio trascorso nel tempo AB con moto uniformemente ritardato come è facil dedurlo da quanto si è detto del moto uniformemente accelerato; e nel tempo stesso BE esprimendo la velocità che può acquistare un corpo mosso con moto uniformemente accelerato nel tempo AB, il triangolo ABE rappresenta ancora lo spazio trascorso da un corpo abbandonato all'azione della gravità, acquistando nella sua caduta la stessa velocità BE. Dal che si deduce 1.^o che un corpo scendendo da una certa altezza con moto uniformemente accelerato acquista una velocità sufficiente a farlo rimontare alla medesima altezza con moto uniformemente ritardato; 2.^o che gli spazi trascorsi da corpi mossi con moto uniformemente ritardato con differenti velocità sono in ragione de' quadrati di queste velocità.

20. Forza. Ogni forza fa nascere il moto o almeno una tendenza al moto; così il peso è una forza perchè tende

sempre a precipitare i corpi verso il centro terrestre, ed è solo un ostacolo invincibile che vi si oppone: la causa del non sempre succederne l'effetto; rimosso il quale ostacolo subito agisce con efficacia e il corpo si precipita. Ora o che un corpo tenda al moto o che sia messo in moto presenta un' effetto reale, che aver deve una causa reale, la quale, benchè incognita come ognor lo sarà, chiamasi *forza*: ci limiteremo perciò a conoscerne solo gli effetti e a determinar le leggi della sua azione.

21. Nel moto uniforme due o più corpi d' egual massa hanno forze proporzionali alle velocità: se le velocità sono in ragion di 1 : 2, lo saranno anche gli spazj trascorsi in tempi eguali; onde le forze che fan percorrere questi spazj hanno la stessa ragione, e però data *egual massa le forze son proporzionali alle velocità* (h)

22. Due o più corpi con egual velocità hanno forze proporzionali alle masse; se le masse sono in ragion di 1 : 100, lo sono anche le forze: un corpo come 100 con una velocità come 1 ha 100 volte più di parti da trasportare colla medesima velocità, che un corpo come 1 con una velocità come 1; dunque la forza del primo esser deve 100 volte

(h) Ancor qui riflettendo che il moto prodotto dalla forza nel mobile è l' effetto di essa forza che dà, al mobile una maggiore, o minor velocità secondo la di lui maggiore o minor massa, e che tanto maggiore o minor si valuta una forza quanto maggiore o minore è la massa da muoversi: e la velocità che se le imprime in un tempo 1, se le masse, le velocità e le forze siano rispettivamente M, m, V, v, F, f , sarà $F : f :: M V : m v$, onde $F m v = F M V$; dove supposto $m = 1 = v = f$ si ha $1 = M V$, e però $V = \frac{F}{M}$. E di più se $M = m$ si ha $F : f :: V : v$, se $F = f$ si ha $m v = M V$, cioè $m : M :: V : v$, e se $V = v$ si ha $F : f :: M : m$. Anzi combinando con queste le formule antecedenti (N. e) sarà $F m : f M :: V : v :: S t : s T$, onde $F m s T = f M S t$ cioè $F : f :: M S t : m s T$; e però se $F = f, M = m, S t = s T$, cioè $m T : M t$ ec.; se $M = m, F : f :: S t : s T, t = T, S : s ::$ cioè se la massa $M = 7$ nel tempo $T = 2$ percorra lo spazio $S = 13$,^{p.} e un'altra massa $m = 5$ nel tempo $T = 8$ percorra $s = 15$ ^{p.} si avrà $V = 4, v = 2, F = 18, f = 16$.

più grande di quella del secondo: onde data egual velocità la forza è in ragion diretta della massa, e però la forza d' un corpo è eguale al prodotto della massa per la velocità (prodotto che dicesi anche *quantità di moto*) supponendo queste quantità eterogenee ricondotte all' omogeneità con ridurre a numeri astratti come sopra (§. 14.)

23. Se le forze di due corpi sono eguali lo son pure i prodotti delle masse per le velocità, e però le masse e le velocità sono in ragion reciproca.

Se le masse, e le velocità di due corpi sono in ragion reciproca, i prodotti delle masse per le velocità son eguali, e lo sono le forze rappresentanti questi prodotti.

I Fisici eran d' accordo sulla maniera di valutar le forze produttrici del moto, quando Leibnitz pose una distinzione tra la forza che agisce contro un' ostacolo invincibile, e quella che agisce contro un' ostacolo che cede, chiamando la prima *forza morta*, la seconda *forza viva*. Egli ed i Fisici che lo seguirono convennero che per aver la forza morta si dee moltiplicar la massa per la velocità, ma per aver l'altra si dee moltiplicar la massa per il quadrato della velocità (i). Nei difensori delle forze vive lo sbaglio nasceva dal non mettere in calcolo il tempo nell' esame dei fatti addotti in prova della loro opinione. Si conviene che gli effetti son quadrupli per un corpo che si muove con una velocità 2 in paragon dell' altro che ha la velocità 1: ma ciò non è perchè 4 è il quadrato di 2, sibbene perchè il mobile che ha una velocità 2. fa uno sforzo ripetuto 2 volte come lo fa un corpo che si muove con la velocità 1, donde segue che queste due forze sono assolutamente le stesse, e nel risultato non differiscono che per il difetto della considerazione del tempo.

(i) V. le Istituzioni di Fisica della Marchesa di Châtelet, e Mairan dissert. sulla valutazione delle forze motrici de' Corpi. A.

LIBRO II.

Dell' Inerzia.

24. **N**ewton il primo ci ha fatto conoscere con un' esperienza semplicissima quella proprietà de' corpi che chiamasi *inerzia*. Abbiassi un corpo di grandezza e di peso determinati, per es. una palla di piombo di 6. onces sospesa liberamente con un filo in un' aria tranquilla, e un' altra palla di piombo simile parimente sospesa, che urti la prima colla forza 4: la palla in riposo riceve da quella che la colpisce una porzion di sua forza, e quest' ultima perde nell' urto ciò che l' altra apparisce avere acquistato. Lo stesso avviene se la palla urtata non è in riposo, purchè abbia minor velocità della seconda, poichè questa perde nell' urto una porzion di sua forza eguale a quella che riceve la prima. Da una tale esperienza rilevasi che un corpo sollecitato a muoversi non riceve altro moto che quanto ei ne fa perdere ai corpi che agiscono sopra lui, ricevendo il corpo urtato del moto a scapito dell' urtante quasi come un vaso si empie a scapito dell' altro che votasi.

E qui si avverta che l' inerzia 1.^o è indipendente dalla resistenza dell' aria, giacchè si ha lo stesso risultato nel vuoto, e fa l' aria stessa parte della questione, trattandosi di sapere se l' inerzia conviene a tutti i corpi in generale, e sapendosi che l' aria sollecitata a muoversi non si oppone al moto che in virtù di sua inerzia; 2.^o non può riguardarsi come un effetto del peso, perchè allora sarebbe essa differente secondo la differente direzione de' corpi in moto, e sarebbe nulla in quelli che muovonsi orizzontalmente, il che non è, mentre si trova l' inerzia egualmente in un corpo abbia egli qualunque direzione.

Queste nozioni ci guidano alle due leggi che seguono dominanti su tutti i corpi della natura.

25. I.^a *Ogni corpo tende a perseverar nel suo stato o di moto o di quiete finchè una causa esterna non ve lo rimuova.* Infatti un corpo in quiete (§. 24.) non può darsi alcun moto per essere inerte e per non avere in se ragione alcuna onde muoversi in un senso piuttosto che in un altro (k); e per l'istessa ragione se è già in moto dee muoversi sempre nella stessa direzione quando non vi si opponga un ostacolo (l): anzi dee muoversi con moto uniforme non trovando resistenza, giacchè come mai essendo egli incapace a darsi il moto, potrebbe alterar quello che ha avuto? Del resto tutto di si osserva che la durata de' moti aumenta a misura che sceman gli ostacoli, onde sarebbero essi perpetui se toglier si potesse ogni ostacolo. Qual alterazione sensibile han provato dopo tanti secoli i movimenti celesti?

26. II.^a *La reazione è sempre eguale e contraria all' azione.* Quando un corpo va a percuoterne un altro in riposo, l'azione che il primo esercita sul secondo (§. 24.) gli comunica una quantità di moto: ma si può concepire il secondo sollecitato avanti l'azione da questa quantità e da un'altra eguale e direttamente opposta; così l'azione del corpo urtante riducesi a distrugger quest'ultima quantità di moto, ma per questo deve impiegare una quantità di moto

(k) L'esperienza ci prova evidentemente una tal verità, mentre i corpi che ci circondano restano in quiete finchè una causa esterna non gli determini al moto. Che se talora non la scorgiamo, l'analogia e l'uniformità costante delle leggi della natura ci dicono che per esserci occulta non è meno reale, onde se un corpo abbandonato a se stesso cade fosto verso la terra, dopo Newton non dubitiamo di darne la causa all'azione continua esercitata su tutti i corpi della terra dal centro del globo.

(l) ~~Ne~~ fa contro questa legge il fenomeno che talora si osserva in una palla d'avorio su un biliardo, la quale da se stessa volga si indietro e descriva la stessa linea di prima, giacchè ciò nasce dal doppio moto che allora essa ha l'uno di rotazione e l'altro di traslazione in un senso contrario al primo, per il qual doppio moto distrutto che si fa questo dallo sfregamento e asprezza del piano del biliardo, accade che la palla obbedisca allora al solo moto di rotazione che le è stato impresso dal giocatore nel senso contrario, onde dee ritornare indietro.

eguale e contraria che sarà distrutta; dal che risulta che nell'azion vicendevol de' corpi la reazione è sempre eguale e contraria all'azione. Si manifesta dalla natura tal legge e nella calamita che attrae il ferro come questi attrae la calamita, e nelle attrazioni e ripulsioni elettriche, e nello sviluppo delle forze elastiche e anche delle animali; e più manifestasi nel riposo de' corpi quando provano un'applicazione scambievolmente delle parti, mentre benchè essi si premano reciprocamente e con facilità possan cedere, l'uno non fa all'altro cangiar di posto: e se avanti il contatto di essi fra lor si pone un'ostacolo che impedisca il loro avvicinamento senza impedirne la loro azione scambievolmente, l'ostacolo sta in riposo coi corpi benchè non sostenuto da forza alcuna, essendo egli, mentre questi corpi a vicenda si attraggono, premuto egualmente da una parte e dall'altra.

P A R T E I.

Dell' inerzia de' Solidi.

I Fenomeni che all'inerzia de' solidi appartengono sono specialmente l'urto de' corpi, il moto composto, e il moto curvilineo donde nascono le forze centrifuga e centripeta, l'equilibrio nelle macchine, e le resistenze che risultano o dalla rigidezza delle corde, o dallo sfregamento che provano i corpi strisciando o girando gli uni sugli altri.

C A P. I.

Dell' urto de' Corpi.

27. Si chiama *urto* l'azione che impiega un corpo in moto quando percuote un'altro corpo con tutta la sua forza. Tale urto accade quando un corpo in moto riscontra nel suo cammino un'altro corpo che è in quiete, o in moto ma con minor velocità di lui, ovvero quando due corpi mossi in direzioni opposte s'incontrano: tre casi che han

luogo ne' corpi molli e duri ed elastici, intendendo per molli i corpi che nell'urto comprimonsi con serbar dipoi lo stato di lor compressione, per duri quelli che nell'urto non si comprimono, per elastici quelli che nell'urto comprimonsi ma tosto ricuperan da per se il loro stato primiero.

Intanto premettiamo tre osservazioni alla teoria dell'urto. I. Si chiama *velocità rispettiva* quella per cui due corpi s'avvicinano o s'allontanano reciprocamente l'uno dall'altro; dal che segue 1.^o che se un corpo è in riposo e l'altro si muove avvicinandosi al primo, la velocità rispettiva è la stessa dell'assoluta: 2.^o che se due corpi si muovon nella stessa direzione con eguali velocità, la velocità rispettiva è nulla; laddove se muovonsi con velocità disuguali, essa è eguale alla differenza delle velocità de' due corpi: 3.^o che se questi vanno l'un contro l'altro in direzione contraria, la velocità rispettiva è eguale alla somma delle due velocità. II. Per più facilità e semplicità supporremo 1.^o che i corpi sian perfettamente o molli o duri o elastici; 2.^o che muovansi in un mezzo senza resistenza e sfregamento. III. Per le (Fig. 4.) esperienze è bene usar corpi sferici sospesi a de' fili liberi e sottili per diminuir più che si può gli sfregamenti e la resistenza dell'aria; e siccome spesso fa d'uopo sapersi il grado di lor velocità, si terranno sospesi a de' punti fissi intorno a cui descriveranno degli archi di circolo misurati da una graduazione apposta alla macchina a tal' effetto inventata dal Sig. Mariotte.

23. *Urto diretto de' corpi duri o non elastici.* L'urto diretto de' corpi è quello, in cui i loro centri di gravità (*m*) si trovan nella direzione del lor moto. Ora le leggi dell'urto son l'istesse per i corpi duri e molli colla sola differenza che ne' primi la comunicazione del moto è istantanea, e successiva negli altri; varietà dipendente dalla lor natura mentre ne' perfettamente duri quali li supponiamo, le molecole son sì aderenti fra loro che ceder non potendo separa-

(*m*) Centro di gravità è quel punto intorno a cui tutte le parti d'un corpo sono in equilibrio. A.

tamente all' impression dell' urto cede nel tempo stesso tutta la massa, e il corpo urtato obbedendo alla forza dell' urtante nel momento stesso dell' urto abbandona interamente il suo posto: e al contrario ne' corpi molli le cui parti han pochissima aderenza fra loro cedon successivamente allo sforzo dell' urto in modo che il corpo urtato non lascia il suo posto che a gradi, e ne è scacciato interamente allorquando tutte le sue parti han ricevuta l' impression totale del corpo urtante.

29. Eccone le due leggi. I. *Se un corpo non elastico va a colpire un' altro in quiete o in moto secondo la medesima direzione, benchè con minor velocità di lui, egli dee comunicargli nell' urto una parte di sua forza, onde vadano ambedue dopo l' urto con la medesima velocità.*

Infatti non può il corpo urtante comunicare all' urtato nè più nè meno di forza di quella che bisogni per poi andarsene insieme. Se gliene comunicasse di più, il corpo urtato anderebbe con più velocità dell' urtante, lasciando così (§. 25.) contro la legge d' inerzia, di perseverar nel suo stato per quanto avrebbe potuto: e se gliene comunicasse di meno, non sarebbe tolto l' ostacolo rinascendo continuamente contro il fine che si propon la natura nella comunicazione del moto. E però 1.° Nell' urto le forze dividonsi fra i corpi urtante ed urtato in ragione delle masse; 2.° La somma delle forze è la stessa prima e dopo l' urto trovandosi nel corpo urtato la forza perduta dall' urtante; 3.° Dopo l' urto i due corpi hanno la stessa velocità, non però mai la stessa forza quando son le masse diseguali. Tutto vien giustificato dall' esperienza. Sospese all' estremità di due fili due palle d' argilla eguali in modo che i due centri sian nella stessa linea orizzontale, se lasciandone una in riposo si alza l' altra per un arco di 6° con poi abbandonarla al suo peso, questa colpisce la palla in riposo, e dopo l' urto muovonsi ambedue nella direzione dell' urtante e percorrono insieme un arco di 3°. La palla caduta per un arco di 6° se non trovasse ostacolo risalirebbe dalla parte opposta per un arco simile secondo l' esperienza che può farsene e che spiegheremo dipoi. Da ciò

risulta che la palla cadendo per un arco di 6° ha acquistata al punto del perpendicolo la velocità 6, per cui supposta la di lei massa agisce sulla palla ferma con la forza 6; onde essendo eguali le masse delle palle l'urtante dar deve all'urtata la forza 3: ora una forza 3 su una massa 1 produce una velocità 3; dunque debbon dopo l'urto muoversi ambedue nella direzione dell'urtante ciascuna con la velocità 3, per cui percorrono insieme l'arco di 3° . E qui non si lasci d'osservare che la somma delle forze è eguale prima e dopo l'urto; giacchè, prima dell'urto, è 6 la forza dell'urtante, e dopo l'urto, è 3 la forza dell'urtata e 3 la forza dell'urtante, cioè si ha $3 + 3 = 6$.

Che se la palla ferma è doppia dell'urtante con 6° di velocità, dopo l'urto le due palle percorrono insieme un arco di 2° . Poichè l'urtante di massa 1 e di velocità 6, avanti l'urto percolendo la palla ferma di massa 2 con la forza 6, le comunica la forza 4; ma una forza 4 produce su una massa 2 una velocità 2; dunque la palla urtata si muoverà con la velocità 2: così resta all'urtante la forza 2; ma una forza 2 su una massa 1 produce una velocità 2; dunque le due palle dopo l'urto percorrer debbono un arco di 2° : dove è eguale la somma delle forze prima e dopo l'urto essendo prima 6 la forza dell'urtante, e dopo 4 la forza dell'urtata e 2 dell'urtante, cioè $4 + 2 = 6$. Sulla norma di questi con facilità si moltiplicheranno a piacere gli esempj e l'esperienze di tal genere.

30. II. *Se due corpi si muovono in senso contrario, dopo l'urto o restano in quiete o si muovono nella direzione del più forte con l'eccesso della di lui forza distribuita in ragione delle masse.* O i due corpi si muovon con forze eguali o con disuguali: se con eguali, si distruggon nell'urto e però i corpi restano in riposo: se con disuguali, per la loro opposizione la minore è distrutta da una parte della maggiore non restando a questa che l'eccesso della sua forza su quella dell'altra; dunque deve accader l'istesso che accaderebbe se, il più debole essendo in riposo, il più forte agisse contro di lui con l'eccesso di forza che serba dopo l'urto; debbon dunque muoversi ambedue dopo l'urto se-

condo la direzione del più forte con l'eccesso della di lui forza distribuita in ragion delle masse. Per il che la forza esistente dopo l'urto è in tal caso sempre eguale alla differenza delle forze avanti l'urto, come il tutto rilevasi dall'esperienza.

Sospese al capo di due fili due palle di massa eguale, elevandole quindi a un arco di 6° da due parti contrarie si lascin nel tempo stesso cadere: esse incontrandosi nel luogo più basso di lor caduta vi resteranno in riposo. Quì tutto è eguale in ambedue le palle, masse, forze e velocità, se non che essendo opposte le forze distruggonsi onde nasce il riposo; e però la forza dopo l'urto essendo nulla è essa eguale alla differenza delle forze avanti l'urto.

Si faccia ora l'istesso ma con velocità e forze differenti per es. in ragione di 6: 12: le due palle dopo l'urto si muovono nella direzione di chi ha più forza con 3° di velocità. Nell'urto le forze eguali ed opposte distruggendosi, la palla che ha 6. di forza la perde tutta, mentre quella che ne ha 12 ne perde la metà restandole sempre dopo l'urto la forza 6 che divide con la prima palla eguale di massa: esse dunque dopo l'urto hanno ciascuna 3 di forza e però 3 di velocità, essendo intanto la somma delle forze dopo l'urto eguale alla somma delle forze avanti l'urto, mentre dopo l'urto si ha $3 + 3 = 6$ e dopo $12 - 6 = 6$.

31. E' facile trovare una formula generale per gli effetti dell'urto de' corpi non elastici in tutti i casi. Infatti la forza che anima un mobile è eguale (§. 22.) al prodotto della massa per la velocità e però la velocità eguaglia il quoto della forza divisa per la massa, dal che segue che la velocità comune ai corpi urtante ed urtato dopo l'urto, eguaglia la somma delle lor forze dopo l'urto divisa per la somma delle lor masse. Dunque chiamando la velocità comune C, la forza del primo dopo l'urto F e la sua massa M, e la

forza del secondo f e la sua massa m, avremo $C = \frac{F + f}{M + m}$.

Se le direzioni non sono opposte la somma delle forze è la

stessa prima e dopo l'urto; dunque chiamando la velocità del corpo urtante avanti l'urto V , e la velocità dell'urtato v , in vece di $F + f$ si sostituirà $MV + mv$, e avremo

$$C = \frac{MV + mv}{M + m}. \text{ Se le direzioni sono opposte la somma}$$

delle forze dopo l'urto eguaglia la differenza delle forze avanti

$$\text{l'urto e allora } F + f = MV - mv \text{ e però } C = \frac{MV - mv}{M + m} \quad (n).$$

32. *Urto diretto de' corpi elastici.* Nell'urto de' corpi elastici segue la natura le leggi stesse de' non elastici, se non che in quelli ristabilendosi le parti compresse dopo l'urto (§. 26.) colla medesima forza con cui sono state rimosse, un tale sforzo che si unisce a quello del moto comunicato dall'urto, fa cangiar molto i risultati: è d'uopo dunque negli elastici distinguer due sorti di forze, l'una indipendente dall'elasticità che chiameremo *moto comunicato*, l'altra che nasce dall'elasticità che chiameremo *molla o elaterio*.

(n) Si osservi che 1.° se $M = m$, $V = v$, o anche se $M : m :: v : V$, sarà $\frac{0}{2m} = \frac{1}{\infty} = 0$ cioè non vi sarà più moto; 2.° se solo

$M = m$ sarà $C = \frac{V - v}{2m}$; 3.° se $v = 0$ cioè se un corpo è in riposo,

sarà $C = \frac{V}{2}$ cioè ambedue i corpi dopo l'urto si muovono nella

direzione dell'urtante con la metà della di lui velocità; 4.° se

solo $V = v$, $C = \frac{M - m}{M + m}$ cioè si muovono ambedue nella direzione

di chi ha maggior massa e con una comune velocità tale che sta

alla velocità avanti l'urto come la differenza delle lor masse sta

alla somma delle medesime, essendo allora $C = \frac{MV - mv}{M + m} =$

$\frac{MV - mV}{M + m} = \frac{(M - m)V}{M + m}$. Tutti questi casi si riducon facilmente

ad esempj dando ad M, m, V, v , i valori che più piaceranno

e facendone su i pendoli l'applicazione e l'esperienza.

33. *Teorema I.^o In un corpo elastico esistono dopo l'urto due elaterj l' uno anteriore, l' altro posteriore, come lo dimostra la seguente esperienza.* Sopra un piano orizzontale pongasi un' anello circolare d' acciaio ABC di 1^o di diametro, 7^l di larghezza e 4^l di grossezza. Nell' interno (Fig. 5.) di esso ai due estremi del diametro pongansi 2 piccole palle A, B d' avorio d' egual massa; con un martellino percuotasi il punto C nella circonferenza interiore all' estremità del diametro perpendicolare a quello in cui trovansi le due palle. Dopo il colpo esse avvicinansi al centro dell' anello; il che mostra che il diametro alle cui estremità son situate, diminuisce da ambedue i lati, e che il diametro perpendicolare si allunga nei due sensi opposti, e che però dopo l' urto in un corpo elastico esistono due elaterj.

34. *Teorema II.^o Ognuno di questi elaterj eguaglia il moto comunicato al corpo urtato o il moto perduto dall' urtante.*

Il moto perduto dal corpo urtante produce la compressione, e l' elaterio la restituzione allo stato primiero; ma nei corpi perfettamente elastici, come è la nostra ipotesi (§. 27. II.^a), la forza di restituzione eguaglia quella di compressione; dunque ognun degli elaterj eguaglia il moto comunicato al corpo urtato o il moto perduto dall' urtante.

35. Vi son dunque tre cose da considerare in ogni corpo elastico dopo l' urto se le direzioni non sono opposte cioè nel corpo urtato il moto comunicato, l' elaterio anteriore e posteriore, e l' essere ognuno di questi elaterj eguale al moto comunicato, e nel corpo urtante il moto residuo, l' elaterio anteriore e posteriore, e l' essere ognun di questi elaterj eguale al moto perduto. Che se le direzioni sono opposte e le forze diseguali ognun degli elaterj è eguale 1.^o al moto perduto nel primo istante dell' urto per la distruzione delle forze eguali 2.^o al moto comunicato nel secondo istante dal più forte in virtù dell' eccesso di sua forza su quella del più debole.

Da questi principj risulta che se due corpi elastici uguali o disuguali in massa s' urtano con velocità proprie uguali o disuguali, dopo l' urto separansi, e la lor velocità rispettiva è la stessa che avanti l' urto: poichè se i due corpi non fos-

sero elastici, o reciprocamente si fermerebbero o andrebbero insieme; ma quì la forza elastica aumentando la velocità dell'urtato e scemando quella dell'urtante, debbon separarsi dopo l'urto, e separarsi in virtù della forza di restituzione che fa nascer la velocità rispettiva dopo l'urto, mentre che la velocità rispettiva avanti l'urto produce la forza di compressione sempre eguale a quella di restituzione; dunque la velocità rispettiva è la stessa avanti e dopo l'urto.

Sospese al capo di due fili (Fig. 4.) due palle d'avorio A, B eguali di massa, stia l'una A in riposo, e l'altra B scendendo per un arco di 6° vada ad urtar A con una forza 6. Dopo l'urto la palla B resta in riposo al luogo del contatto, e la palla A percorre un arco di 6° nella parte opposta: dunque A ha ricevuto una velocità eguale a quella di B. Infatti essendo A e B eguali, ed A in riposo, B urtando A con 6 di forza dee comunicare ad A una forza $= 3$. Se le palle non fossero elastiche andrebbero insieme con una forza o velocità $= 3$. Ma l'elasticità modifica questa legge, poichè l'elaterio posteriore del corpo urtato è distrutto dall'elaterio anteriore del corpo urtante per la loro eguaglianza e opposizione; resta dunque nel corpo urtato il moto comunicato $= 3$, e l'elaterio anteriore eguale al moto comunicato; dunque il corpo urtato dee muoversi con una forza $= 6$, perchè una forza 6 su una massa 1 produce una velocità 6 (§. 29.); dunque il corpo urtato dee muoversi con tutta la velocità dell'urtante: l'elaterio poi anteriore del corpo urtante è stato impiegato a distrugger l'elaterio posteriore dell'urtato; dunque nel primo resta il residuo del moto e l'elaterio posteriore, che parimente distruggonsi per la loro opposizione ed eguaglianza; dunque il corpo urtante dee restare in riposo.

Disposte nella medesima linea più palle A, B, C ec. elastiche di massa eguale a contatto l'una dell'altra, se si elevi la prima A per un arco di 6° abbandonandola poi a se stessa, A urtando B tutte le altre palle intermedie resteranno in riposo fuor dell'ultima che si distacca dalla fila percorrendo un arco di 6° come A. Infatti A misurando avanti l'urto un arco di 6° colpisce B di massa eguale colla forza $= 6$, però il moto comunicato è $= 3$. Ciò posto l'elaterio posteriore

di B è distrutto dall' anteriore di A; dunque a B resta il moto comunicato $= 3$ e l' elaterio anteriore $= 3$; dunque B colpisce C eguale di massa con la forza 6; dunque 3 è il moto comunicato a C. L' elaterio poi posteriore di C è distrutto dall' anteriore di B; gli resta dunque l' elaterio anteriore $= 3$ e il moto comunicato $= 3$; dunque la terza palla C deve colpir la quarta con la forza 6: ed è evidente che la palla urtante deve sempre dopo l' urto restare in riposo, perchè il suo elaterio anteriore distrutto essendo dal posteriore dell' urtata si trova sempre fra due forze eguali ed opposte, quali sono il residuo del moto e il suo elaterio posteriore.

Stando una palla d' avorio in riposo se un'altra simile doppia di massa scendendo per un arco di 6° v' ad urtarla dopo aver acquistato la velocità 6, dopo l' urto la palla urtata percorre un arco d' 8° nella parte opposta e l' urtante ne percorre uno di 2° nel medesimo senso. Infatti avendo l' urtante la massa 2 e la velocità 6, urta l' altra palla di massa 1 in riposo con una forza 12, e però le comunica una forza 4. Abbiamo dunque dopo l' urto nella palla urtata il moto comunicato $= 4$, l' elaterio anteriore $= 4$, e l' elaterio posteriore $= 4$. L' elaterio posteriore è distrutto dall' anterior dell' urtante per essere uguali ed opposti e per agir l' un sopra l' altro per via del punto del contatto; dunque nell' urtato non v' è d' effettivo che l' elaterio anteriore $= 4$ e il moto comunicato $= 4$; dunque la palla urtata dee muoversi colla forza 8, perchè (§. 29.) una forza 8 produce su una massa 1 una velocità 8; dunque essa dee percorrere un' arco d' 8° . Nel corpo urtante poi senza riguardo all' elaterio anteriore che è distrutto, non consideriamo che il residuo del moto $= 8$ e l' elaterio posteriore $= 4$, forze fra loro opposte; non può dunque la palla muoversi che colla differenza di esse cioè colla forza 4 secondo la direzione del residuo del moto; ma (§. 29.) una forza 4 produce una velocità 2 su una massa 2; dunque la palla urtante dee percorrere un arco di 2° .

36. Se fin qui si è supposta la palla urtata in riposo o mossa con minor velocità e secondola direzione dell' urtante, suppongasi ora che le due palle si muovano avanti l' urto

in direzioni opposte. Facendosi urtar due palle di massa eguale per archi di 6° , esse dopo l'urto saporansi e risalgono dalla sua parte per l'arco stesso di 6° . Infatti essendoequali di massa e discendendo per archi eguali hanno acquistato egual velocità, però si urtano con forze eguali che nell'urto distruggonsi: poichè se non fossero elastiche resterebbero in riposo; ma essendolo, dopo l'urto trovandosi in ciascuna due elaterj, l'elaterio anteriore dell'una vien distrutto da quel dell'altra per essere eguali ed opposti; non restando dunque a ciascuna che il posteriore eguale alla forza perduta nell'urto debbon esse retroceder dopo l'urto ciascuna con la forza o velocità 6; dunque esse debbon risalire ciascuna dal suo lato per un arco di 6° . Facendosi ora urtar due palle con le masse in ragion di 2: 1 la più grande per un arco di 4° la più piccola per un arco di 8° , le due palle dopo l'urto ritornano al posto da cui son partite avanti l'urto. Infatti essendo le lor masse :: 2: 1 e la palla = 1 avendo la velocità 8 mentre la palla = 2 ha la velocità 4 (cioè le masse e le velocità essendo in ragion reciproca) le palle si urtano con forze eguali, le quali che nell'urto distruggonsi egualmente che i due elaterj che agiscon l'uno sull'altro mediante il punto del contatto; dunque dopo l'urto nelle due palle nulla evvi d'effettivo che il loro elaterio posteriore che è 8 in ciascuna; dunque la palla = 1 dee retrocedere con una forza 8, come pure la palla = 2, perchè (§. 29.) una forza 8 su una massa 1 produce una velocità 8, e su una massa 2 una velocità 4; dunque la palla dee risalire un arco d' 8° mentre la palla = 2 lo risale di 4° ; dunque le due palle dopo l'urto ritornano al luogo da cui son partite avanti l'urto.

37. Esprimendo la velocità del corpo che insegue l'altro avanti l'urto per V , la sua massa per M , e la velocità del corpo inseguito per v , la sua massa per m , la lor velocità rispettiva avanti l'urto sarà $V - v$, e la somma delle lor forze $MV + mv$. Se sia x la velocità di M dopo l'urto e z la velocità di m che dopo l'urto anderà più presto di M , la velocità rispettiva dopo l'urto sarà $z - x$: ma la velocità rispettiva avanti l'urto eguaglia quella dopo l'urto; dunque $V - v = z - x$, onde $z = V - v + x$; dun-

che dopo l'urto la quantità di moto della massa M sarà Mx e quella di m sarà $mz = mx + mV - mv$ (§ 22.); ma la somma dei moti è la stessa avanti e dopo l'urto, dunque $MV + mv = Mx + mz = Mx + mV - mv$,

onde $x = \frac{MV + 2mv - mV}{M + m}$ valore che sostituito in . .

$z = V - v + x$ darà $z = \frac{mv + 2MV - Mv}{M + m}$: le quali for-

mule posson servire anche nel caso in cui M dopo l'urto andrebbe in un senso opposto alla sua direzione avanti l'urto. Con la stessa facilità si troverebbe l'espressione analitica delle velocità dopo l'urto di due corpi elastici che in un senso opposto si urtano con velocità determinate (o).

(o) Appliciam queste formule ad alcuni teoremi già enunziati.

Supposto $M = m$ sarà $x = \left(\frac{MV + 2mv - mV}{M + m} \right) = v$, e . .

$z = \left(\frac{mv + 2MV - Mv}{M + m} \right) = V$, cioè i due mobili muovonsi nella

stessa direzione con le velocità permutate: dove se l'urtato è in quiete ossia $v = 0$, si ha $x = 0$, $z = V$ cioè l'urtante si ferma e l'urtato cammina nella direzione medesima con la di lui velocità. Che se $mV > mV + 2mv$ si avrà x negativo, il che indica che la sua velocità dopo l'urto sarà in un senso contrario alla prima cioè il corpo ritornerà indietro, e che perciò la massa m è fissata immobilmemente onde la velocità che avrebbe m dovuto ricever da M ritorna in M stesso ed è M obbligato a tornare indietro. Se poi

$M > m$ e $v = 0$ sarà $x = \frac{V(M - m)}{M + m}$ e $z = \frac{2MV}{M + m}$, cioè se il

mobile di maggior massa urta l'altro in riposo, dopo l'urto ambedue muovonsi nella direzione dell'urtante; laddove nel caso stesso di m in riposo se l'urtante è di minor massa dell'urtato, do-

po l'urto l'urtante ritornerà indietro perchè $x = \frac{V(M - m)}{M + m}$ diventa quantità negativa.

E qui si osservi che date 3 palle d'avorio di massa disuguale M, m', m tali che sia $M > m'$, $m' > m$, se con la velocità V vada

Del Moto composto.

38. **F** In quì avendo parlato del *moto semplice* cioè di quello che ha per causa l'impulsione d'una sola forza, par-

M ad urtare m' in riposo e quindi m' con la velocità acquistata da M urti m parimente in riposo, accade che la velocità acquistata da m per mezzo di m' è maggior di quella che acquisterebbe se fosse urtata immediatamente da M. Infatti urtando M in m' la velocità

da m' acquistata è $\frac{2 M V}{M+m}$, e urtando m' in m la velocità di m

dopo l'urto è $\frac{4 M m' V}{M m' + m'^2 + M m + m' m}$, poichè dall'Eq. trovata

sopra per il caso $z = \frac{2 M V}{M+m}$ rilevandosi che la velocità acquistata

sta al doppio della massa dell'urtante come la velocità primiera sta

alla somma delle due masse, quì si ha $m'+m : 2 m' :: \frac{2 M V}{M+m} : z$

$= \frac{4 M V m'}{(M+m')(m+m')}$ mentrchè se M immediatamente urtasse m

la velocità di m dopo l'urto sarebbe $\frac{2 M V}{M+m}$. Ora $\frac{2 M V}{M+m} < . . .$

$\frac{4 M m' V}{M m' + m M + m' m + m'^2}$, ovvero $\frac{1}{M+m} < \frac{2 m'}{(M+m')(m+m')}$,

o $\frac{(M+m')(m+m')}{M+m} < 2 m'$, o $m'+m + \frac{m'^2 - m^2}{M+m} < 2 m'$; dove il

rotto dà $M+m : m'+m :: m'-m : \frac{m'^2 - m^2}{M+m}$, in cui essendo

$M+m > m'+m$ anche $m'-m > \frac{m'^2 - m^2}{M+m}$, o $m'-m+m (=m')$

$> \frac{m'^2 - m^2}{M+m} + m$, o $m' > \frac{m'^2 - m^2}{M+m} + m$; e però $m' + m' >$

$\frac{m'^2 - m^2}{M+m} + m + m'$, ossia $m' + m + \frac{m'^2 - m^2}{M+m} < 2 m'$.

Sul che Huygens (V. De motu corporum et percussione Prop. 12.)

liamo or del *composto* cioè di quello che è prodotto da più forze che insieme agiscono su un corpo. Ecco le sue Leggi.

mostrò il primo, che per dare in tal caso ad m la massima velocità è necessario che le masse M, m', m siano in proporzione continua geometrica, onde $m' = \sqrt{Mm}$. Dal qual teorema Hugeniano si rileva che anche la velocità di m' è media proporzionale geometrica fra le velocità di M, m . Poichè essendo dopo l'urto la velocità di

$$M, m', m \text{ rispettivamente } V, \frac{2MV}{M + \sqrt{Mm}}, \dots \dots \dots$$

$$\frac{4MV\sqrt{Mm}}{M\sqrt{Mm} + Mm + Mm + m\sqrt{Mm}} = \left(\frac{4MV\sqrt{Mm}}{(M+m)\sqrt{Mm} + 2Mm} \right)$$

$$= \frac{4MV\sqrt{Mm}}{(M+m)\sqrt{Mm} + 2\sqrt{Mm} \times \sqrt{Mm}}, \text{ il quadrato del medio è}$$

evidentemente eguale al prodotto degli estremi.

Anzi se essendo $v=0$ cioè m in quiete quando è urtata da M , la palla m' si muove con la velocità $\frac{2MV}{M+m}$; fatto $\frac{2MV}{M+m} = V'$, se m' in quiete è urtata da m con la velocità V' , la velocità di m' dopo l'urto è $\frac{2mV'}{M+m} = \frac{2m}{m'+m} \times \frac{2MV}{M+m}$; è fatto $\frac{2mV'}{m'+m} = V''$, la velocità acquistata da una 4.^a palla m'' in quiete urtata da m' con la velocità V'' sarà $\frac{2m'V''}{m'+m''}$ ec. ec. Or sia $M=1, m'=m^2, m''=m'^2=m^3$ ec. cioè se le 4, 5, ec. palle M, m, m', m'' ec. abbian le masse nella progression geometrica 1, m, m^2, m^3 , ec. sarà $V' = \frac{2V}{1+m}$, $V'' = \left(\frac{2mV'}{m'+m^2} = \frac{2V'}{1+m} = \frac{2}{1+m} \times \frac{2V}{1+m} \right) = \left(\frac{2}{1+m} \right)^2 V$, $V''' = \left(\frac{2m^2V''}{m^2+m^3} = \frac{2V''}{1+m} \right) = \left(\frac{2}{1+m} \right)^3 V$ ec. ec.: onde dato un numero n di palle con le masse nella data progression geometrica la velocità acquistata dall'ultima sarà $\left(\frac{2}{1+m} \right)^{n-1} V$.

Di più coll'Eq. 2. $z = \frac{2MV}{M+m}$ si spiegano i fenomeni che accadono

39. I.^a Se due forze qualunque agiscono insieme su un corpo in direzioni parallele, ne risulterà una forza compo-

in un sistema di palle d'avorio orizzontali ed eguali, il perchè per es. 1.^o se alla 1.^a fo urtar la 2.^a, la 1.^a dopo l'urto tosto si ferma, e sporge in fuori staccandosi dall'altra l'ultima; 2.^o se alle 2 prime fo urtar la 3.^a, queste dopo l'urto restano immobili e si sollevano l'ultime 2 ec. ec. Infatti la 1.^a palla urtando la 2.^a dee comunicare a questa la sua velocità e restare essa in quiete, la 2.^a cangia pur con la 3.^a la velocità avuta dalla 1.^a ec., alline lo stesso fa la penultima con l'ultima, la quale in virtù appunto della velocità comunicatale dalla penultima dee sollevarsi in avanti per non aver con chi cangiar la velocità ricevuta. Nell'altro caso parimente la 2.^a urtando la 3.^a farà avanzar la 4.^a, indi la 5.^a ec. e alfin l'ultima, e intanto resterebbero in quiete e la 2.^a e la 3.^a; ma so praggiungendo immediatamente la 1.^a ad urtar la 2.^a questa trasmette alla 3.^a indi alla 4.^a indi alla 5.^a ec. la velocità nuovamente ricevuta e finalmente è trasmessa alla penultima, la quale non avendo con chi cangiar la sua velocità acquistata s'avanza ancor essa verso l'ultima già sollevatasi, come si è detto, per la forza avuta dalla 2.^a; e però l'ultima si solleva con la velocità della 2.^a e la penultima con quella della 1.^a Così si spiega anche l'avanzarsi delle 3, 4, ec. ultime palle all'alzarsi delle 3, 4, ec. prime per urtar nell'intermedie restando dopo l'urto immobili. Nè rende invalida una tal legge il veder spesso in un biliardo una palla muoversi ancor dopo l'urto dato all'altra, perchè la presente teoria spetta soltanto al moto di traslazione e non a quello di rotazione, che unito per lo più alla palla urtante non resta estinto giammai nell'atto dell'urto onde dee seguitare a correr leggermente sul biliardo: infatti tolta al biliardo la sponda se si ponga la palla da urtarsi sull'orlo del pizno vedrassi la palla urtante dopo l'urto precipitar perpendicolarmente a terra rotando sempre per asse intorno al suo asse e ai suoi poli.

Combinando poi insieme le due formule generali di x, z si sciogliono varj problemi: 1.^o posto che due palle d'avorio prima e dopo l'urto muovansi nella stessa direzione, trovar la differenza delle lor velocità dopo l'urto: e si trova esser la medesima che avevano avanti l'urto cioè $V - v$, poichè movendosi esse per ipotesi nella

$$\text{stessa direzione è } z > x, \text{ e si ha } z - x = \frac{mv + 2MV - Mv}{M + m} - \frac{(MV + 2mv - mV)}{M + m} = \frac{MV - Mv - mv + mV}{M + m} = \frac{(M + m)}{M + m} \times$$

$(V - v) = V - v$; 2.^o poste l'istesse cose qual'è la quantità di moto dopo l'urto? Si sa che avanti l'urto la quantità di moto della

sta in direzione e grandezza eguale alla somma delle forze componenti: si chiama *risultante* questa forza composta o la linea che la rappresenta.

40. II.^a Se le due forze agiscono in direzioni diametralmente opposte, la risultante è nulla se sono eguali le forze, e però il corpo deve restare in riposo; ma se son di-

1.^a palla è MV e quella della 2.^a è mv (§. 22.), onde la lor somma è $MV + mv$: dopo l'urto si ha per la 1.^a (§. 22.) $xM = M \times \frac{(MV + 2mv - mV)}{M + m}$ e per la 2.^a $zm = m \times \frac{(2MV + mv - mV)}{M + m}$,

onde sommando e riducendo si ha $\frac{(M + m)}{M + m} (MV + mv) =$

$MV + mv$ cioè la quantità di moto è l'istessa avanti e dopo l'urto; dove si vedrà che anche la somma de' prodotti delle masse per i quadrati delle lor velocità è la stessa sì prima che dopo l'urto qualora il valor di x e di z quadrato che sia si moltiplichino per la rispettiva massa.

Diciamo ora qualche cosa del caso in cui i due mobili elastici si urtano in un senso opposto con velocità determinate. Se $V + v$ è la lor velocità rispettiva avanti l'urto, e $MV - mv$ è la differenza delle lor quantità di moto, posto che dopo l'urto M seguiti a muoversi nella prima sua direzione con la velocità x , anche m dovrà muoversi nella stessa direzione con una velocità $z > x$; onde $z - x$ essendo la lor velocità rispettiva dopo l'urto che è eguale a quella avanti l'urto, sarà $z - x = V + v$, e $z = V + v + x$; perciò la quantità di moto di M dopo l'urto sarà Mx , e quella di m sarà $mz = mV + mv + mx$, e quindi $Mx + mz + mV + mv = MV - mv$ cioè la differenza delle quantità di moto è la stessa prima e dopo l'urto: donde viene

per la velocità assoluta di ambedue dopo l'urto $x = \frac{MV - 2mv - mV}{M + m}$,

e $z = \frac{2MV + Mv - mv}{M + m}$. Ora 1.^o se $V = v$, e $M : m :: 1 : 3$,

sarà $x = \frac{M - 3m}{M + m}$ e $z = \frac{3M - m}{M + m}$, dove essendo $m = 3M$ sarà

$x = -2$ e $z = 0$, ed essendo $M = 3m$ sarà $x = 0$ e $z = 2$; 2.^o se $M = m$ sarà $x = -v$ e $z = V$ cioè i mobili rimbalzano indietro con le velocità permutate; 3.^o se M, m, V, v son disuguali e sia

$MV = mV + 2mv$, sarà $x = 0$ essendo $\frac{MV - (mV + 2mv)}{M + m} = 0$.

suguali, deve egli muoversi colla differenza delle forze nella direzione della maggiore, giacchè la minore distrugge in questa una forza eguale alla sua; non resta dunque alla maggiore che il suo eccesso sulla minore per agir sul mobile.

41. III.^a Se le due forze agiscono in direzioni angolari, 1.^o la risultante eguaglia in direzione e in grandezza la diagonale del parallelogrammo costruito sulle direzioni di queste forze; 2.^o il corpo percorre questa diagonale nel tempo che impiegherebbe a percorrere uno dei lati se fosse animato separatamente dalla forza rappresentata da questo lato.

Poichè 1.^o sia il corpo A animato nel tempo stesso dalle due forze P, Q, l'una che (Fig. 6.) tenda a portarlo in B, l'altra in C. La forza P che agisce per portarlo nella direzione AB parallela a DC non impedisce che la forza Q agisca nel tempo stesso secondo la direzione AC onde spingerlo verso la stessa DC, affinchè vi arrivi in un tempo dato; perciò in questo tempo il corpo A si avvicinerà a DC per l'azione della forza Q, o sia che gli s'imprima nel tempo stesso una forza secondo la direzione AB, o sia che non gli s'imprima, e alla fin di questo tempo si troverà in un punto della linea DC; in simil modo il corpo A per l'azione della forza P alla fin del medesimo tempo arriverà ad un punto della linea BD parallela ad AC: per il che alla fin di un tal tempo il corpo si troverà nel punto D del concorso delle DB, DC parallele ad AC, AB, cioè si troverà nella diagonale del parallelogrammo ACDB. Il che si dimostra anche con l'esperimento della macchina rappresentata dalla (Fig. 7.) la di cui semplice ispezione fa vedere come in teoria ed in pratica si verifica una tal legge.

Se ognuna delle forze P, Q agisse sopra il corpo A parallelamente alla diagonale, esse sarebbero interamente effettive per far muovere il corpo lungo la diagonale; ma se ciascuna agisse perpendicolarmente alla diagonale sarebbero totalmente impotenti per dare al corpo un'impulsione lungo essa: dal che risulta che nel caso d'obliquità, in cui le forze non agiscono nè parallelamente nè perpendicolarmente alla diagonale, debbon decomorsi in forze ad essa parallele e per-

pendicolari. Ora il corpo non può muoversi lungo la diagonale che in virtù delle forze parallele la cui somma è eguale alla diagonale. Poichè da B (Fig. 6) condotte BG, BH l'una perpendicolare, l'altra parallela ad AD, compiscasi il parallelogrammo BHDG, e nel modo stesso da C condotte CE, CF, compiscasi il parallelogrammo CEDF. La somma delle forze parallele alla diagonale è $HB + FC = DG + DE = DE + EA = DA$, mentre $DG = FA$ per essere i triangoli rettangoli ACE, BDG eguali avendo eguali gli angoli BDA, CAD ed eguali i lati omologhi BD, AC. Ma che divengon le forze normali che risultan dalla decomposizione? Essendo esse rappresentate da BG, EC, comechè eguali i triangoli BDG, EAC son anche eguali BG, EC, cioè le forze perpendicolari sono opposte ed eguali, e però si distruggono.

2.° Il mobile di cui si tratta deve percorrer la diagonale nel tempo che impiegherebbe a percorrere un lato se fosse animato separatamente dalla forza rappresentata da questo lato. Poichè essendo eguali i tempi quando gli spazj son proporzionali alle velocità, come è nel nostro caso, ed essendo le velocità come le forze trattandosi del medesimo mobile animato or da due forze or da una, le forze son come gli spazj, i quali appunto rappresentano le forze, come i lati rappresentano le forze componenti, e la diagonale la lor risultante.

42. Da tutto ciò si deduce 1.° che se le due forze agenti sul corpo son eguali, la lor risultante sarà tanto maggiore quanto più acuto sarà l'angolo fatto dalle linee rappresentanti queste forze: e al contrario sarà essa tanto minore quanto più grande sarà l'angolo formato dalle direzioni delle forze; perchè se l'angolo fosse infinitamente grande, le direzioni sarebbero opposte fra loro, la più piccola forza sarebbe interamente distrutta da un'egual porzione della più grande, e la risultante sarebbe eguale alla differenza della più grande sulla più piccola; e se l'angolo delle direzioni fosse infinitamente acuto, concorrerebbero ambedue a spinger il corpo secondo la lor direzione comune, e la lor risultante sarebbe eguale alla lor somma; 2.° che la retta AB può (Fig. 8.) esser la diagonale d'un'infinità di parallelogrammi

differenti come ACBD, AFBE ec.; onde può supporre che un'infinità di forze agenti a due a due ad angolo sopra un corpo abbian la medesima risultante, e che a due forze componenti se ne sostituiscan due altre a piacere che avran la stessa risultante; 3.° che quando due forze agiscono insieme su un corpo ad angolo, riguardo all'effetto è come se il corpo fosse animato da una sola forza eguale in direzione e grandezza alla diagonale del parallelogrammo costruito sulle direzioni delle due prime forze; e perciò a due forze componenti può sostituirsi la lor risultante, e viceversa ad una forza qualunque se ne posson sostituir due altre di cui essa sarebbe la risultante. (p)

Benchè la geometria ci dimostri la legge della composizione delle forze, ce la dimostra anche un non piccol nu-

(p) Eccone il modo quand' anche le forze sian più di due. Agiscano nel tempo stesso sul corpo A (Fig. 7.7.) per es. 4 forze nelle direzioni di AB, AD, AF, AH e se ne voglia la risultante AG. Sopra AB, AC si formi il parallelogrammo ABCDA la cui diagonale è AC, quindi se ne formi un altro ACEFA sopra AC, AF, la cui diagonale è AE, indi un altro AEGHA sopra AE, AH la cui diagonale è la risultante AG richiesta. Per determinarla, dati gli spazj AB, AD, AF, AH e gli angoli

BAD, DAF, FAH, nel triangolo ABC ($= \frac{ABCD A}{2}$) cono-

scendosi i lati AB, AD ($= BC$) e l'angolo contenuto ABC ($= 180^\circ - ABD$) si conosce per mezzo della Trigonometria il

lato AC, nel triangolo ACE ($= \frac{ACEFA}{2}$) conoscendosi i lati

AC, CE ($= AF$) e l'angolo contenuto ACE ($= 180^\circ - CAF = 180^\circ - DAF - CAD = 180^\circ - DAF - (BAD - CAB)$) si conosce il lato AE, e però nel modo stesso anche il lato AG nel triangolo AEG.

Sul che si rifletta che per risolvere una qualunque risultante AG in due altre AE, AH basta costruire intorno ad essa un triangolo qualunque AEG perchè anche i lati EA, EG sono egualmente le di lei forze componenti, giacchè essendo EG eguale e parallela ad AH ne esprime essa pure la quantità e la direzione; onde siccome il lato d' un triangolo è minor della somma de' due lati, così la risultante sarà minor della somma delle forze componenti.

mero di fenomeni. Se colpiscasi (Fig. 9.) con due martellini ad angoli differenti una palla d'avorio sospesa in aria o posata sopra un tavolino, essa descrive sempre la diagonale, salvo l'inesattezze prodotte dalla resistenza dell'aria e degli attriti. I pesci, gli uccelli, i rettili voglión' eglino avanzarsi? Il lor movimento è ognor preceduto da due colpi di coda dati con forza in senso contrario, e allora il lor corpo prende un movimento composto di queste due impulsi non andando nè a destra nè a sinistra ma in una direzione media fra l'una e l'altra. L'uso ha insegnato al navalestro che per attraversare il fiume deve andar con la barca obliquamente, e tanto più obliquamente quant'è il fiume più grosso e la corrente più rapida; in tal modo il battello partecipando edel moto che il barcaruolo gl' imprime secondo la lunghezza del fiume e del moto che gli comunica la corrente, giunge per una linea obliqua al punto dove vuole approdare: un nocciolo di ciliegia pigiato obliquamente fra le dita scappando velocemente va per un moto composto al luogo premeditato. Su questa composizione delle forze è fondato il meccanismo di tutti i voli obliqui de' pubblici spettacoli. E di quì si vede il perchè una moneta che gettasi dallo sportello d'una carrozza in moto, o sulla riva quando siamo su una barca portata dalla corrente, non va mai al punto dove vorrebbe si quando si considera la sola impulsione del braccio; mentre al contrario vi giunge, se oltre a questa si consideri anche il moto della carrozza o della barca comune al mobile e alla mano. Perciò volendo noi saltar fuori da una carrozza o da una barca in moto cerchiamo d'andare a cadere al di sopra del luogo che è a noi dirimpetto nell'atto di slanciarci.

43. *Urto obliquo*. Dicesi angolo d'incidenza l'angolo formato dalla direzione d'un corpo con la normale sulla superficie d'un altro nel punto dove lo urta; e angolo di riflessione l'angolo formato dalla direzione del moto d'un corpo dopo l'urto con la medesima normale.

44. *Se un corpo elastico P (Fig. 10.) colpisce obliquamente un piano elastico e immobile FG nella direzione Pa, ritornerà in su per ap facendo l'angolo Bap di riflessione*

ne $\equiv$ all' angolo BaP d' incidenza. Infatti il moto o la forza Pa che anima P come obliqua ad FG si decompone in due altre (§. 41. 42.) di cui l' una è parallela e l' altra normale a Ba , ed il corpo verrà così ad urtare il piano in a come se fosse spinto dalle forze Ca , Ba e secondo queste direzioni. La forza Ca non soffre per l' urto alterazione alcuna e il corpo continua a muoversi con la forza $aE \equiv Ca$. In virtù della forza Ba il corpo urtando direttamente il piano elastico, il suo elaterio posteriore, che è effettivo dopo l' urto, lo fa ritornar per la medesima linea, cioè per aB , con la stessa velocità che aveva arrivandovi. Dunque trovandosi il corpo animato dopo l' urto dalle due forze aE , aB , descrive ap diagonale del rettangolo formato da esse aE , aB : ora sono eguali i triangoli BaP , Bap , e però eguali gli angoli Bap , BaP di riflessione e d' incidenza.

Infatti (Fig. 11.) Pongasi in un piano orizzontale la macchina qui rappresentata, in cui AB è una lastra di marmo che s' inclina come la linea AD , dC è un foro per cui si fa cader sopra AB una palla d' avorio per la linea NE : la palla ritorna per EF andando a riporsi in una cassetina con un' apertura mediocre situata al medesimo angolo in cui è il piano AB , e fa vedere esser l' angolo di riflessione $AEF \equiv HED$ d' incidenza.

45. Vediamo adesso i movimenti de' corpi che urtansi obliquamente. Muovasi il corpo (Fig. 12. 13.) P per urtare con la direzione e forza PA il corpo Q in quiete. Giunto P in A tirisi per i centri de' due corpi la linea DB , e sopra DB la normale PB compiendo poi il parallelogrammo $ABPC$. Poichè la forza PA (§. 41. 42.) si decompone per la sua obliquità, ne risultan due forze PB , PC , o AB , AC . Il corpo P non agendo su Q con la forza CA , vi agisce con la sola BA , ossia P agisce su Q per l' urto obliquo secondo PA come se egli l' urtasse direttamente per BA con la velocità BA , cioè il moto di Q si determina come nell' urto diretto secondo ciò che se n' è parlato fin qui sia il corpo elastico o non lo sia. Con gli stessi principj si determina il moto di P dopo l' urto. La forza CA non soffrendo alcun' alterazio-

ne per l'urto, P sarà da essa trasportato per $AE = AC$; ma a P dopo l'urto resta una porzion della forza BA, che si può rappresentar per AD e quando egli avanza (Fig. 12.) e quando egli ritorna (Fig. 13.): dunque P dopo l'urto è animato dalle due forze AD, AE, e però descrive la diagonale Ap. (g). Se i corpi suppongonsi eguali ed elastici, l'elaterio posteriore di P distrugge il residuo del moto dopo l'urto non restandogli che la forza CA, e il corpo è allora trasportato secondo questa direzione. In tal caso i due corpi dopo l'urto, comunque P avvicini a Q, sempre separansi in direzioni tali che formano un angolo retto.

46. *Moto curvilineo.* Abbiain veduto che un corpo messo in moto continua a muoversi in linea retta (§ 25.) senza allontanarsene finchè non vi sia obbligato da una nuova impulsione, dopo la quale il moto divien composto; quindi dopo questi due ne nasce il terzo similmente in linea retta, e così di seguito: onde un corpo non può muoversi in linea curva se non è animato a ogni istante da una nuova impulsione, perchè non può una curva ridursi a linee rette se non si concepisca divisa in parti infinitamente piccole. Dunque il moto *curvilineo* è una serie non interrotta di moti in linee rette, che formano fra loro angoli ottusissi-

(g) Le applicazioni che ancor qui si potrebbero fare delle formule già trovate (§. 37.) ci devierebbero dai limiti di elementi; basti questa sola semplicissima. Vogliasi la velocità acquistata da Q in quiete dopo l'urto. Serve il conoscer la velocità che dovrebbe aver P nell'urto diretto per esercitar sopra Q in quiete la medesima azione. Ora questa sua velocità sta alla sua velocità attuale PA come il seno dell'angolo CPA ($= APB$) sta al raggio, cioè $\text{sen CPA} : R :: BA : PA$, onde posto $\text{sen CPA} = a, R = 1$, la velocità attuale di P $= V$, la di lui massa M, ed m la massa di Q, la velocità di P secondo la direzion retta BA $= PC$ sarà aV ;

dunque la velocità acquistata nell'urto da Q sarà $\frac{M a V}{M + m}$ nella di-

rezion retta AQ nel caso di P, Q corpi duri, e sarà $\frac{2 M a V}{M + m}$ nel

caso di P, Q corpi elastici.

mi. Così se un corpo è animato da una forza uniforme e costante detta *proiettile* nel tempo stesso in cui continuamente sia spinto o attratto verso il medesimo centro da un'altra forza detta *centrale* o *centripeta*, il corpo descrive una curva, e in ogni punto si sforza d'allontanarsi da questa curva nella direzione della *curvatura* cioè della tangente alla curva. Poichè essendo il corpo animato a ogn'istante da una forza diretta verso un medesimo centro, nè potendo seguir totalmente la direzione del suo moto *proiettile*, soddisfa in parte alle due impulsioni descrivendo la diagonale d'un parallelogrammo infinitamente piccolo costruito sulla direzione di queste due forze; percorsa la qual diagonale sforzandosi il mobile di continuar la sua via nella stessa direzione ne è di nuovo stornato dalla forza centrale in lui costante, e discende al di sotto del prolungamento della diagonale percorsa descrivendo una seconda diagonale infinitamente piccola inclinata alla prima per il concorso di due forze l'una nella direzione della prima diagonale percorsa, l'altra diretta verso il centro: lo stesso accadendo a ogn'istante il mobile è forzato a far continuamente dei devianti, a piegar sempre la sua direzione precedente e però a descrivere una curva. Se la forza centrale cessasse d'agire, il corpo continuerebbe il suo moto in linea retta lungo la tangente per essere il moto d'un corpo naturalmente rettilineo (§. 25.), per il che descrivendo una curva fa a ogn'istante uno sforzo per scappar via per la tangente, sforzo che chiamasi *forza centrifuga*.

In soccorso di tal verità viene ancor l'esperienza. S'imprima un moto circolare a un corrente che in mezzo abbia un vaso pieno d'acqua a' cui lati sian fissi due tubi di vetro inclinati all'orizzonte e di maggior diametro verso le estremità terminate in due globetti. L'acqua del vaso mosso circolarmente fa degli sforzi per muoversi lungo la tangente, ma le sue molecole non potendo vincer l'ostacolo delle pareti del vaso che vi si oppongono, si slancian con impeto dal vaso nei tubi cascando nei globetti. Così una pietra agitata da una fionda si muove in virtù d'una doppia impulsione, mentre è animata dalla forza centrale che la tira

verso la mano che è il centro del circolo descritto, nel tempo stesso in cui la pietra continuamente si sforza a muoversi lungo la tangente, poichè appena si rilascia un cappio della fionda, la pietra scappa via per la tangente della curva che prima descriveva. Così le ruote d'una carrozza girando su un terreno fangoso, nel lor rapido moto le particelle fangose, la cui aderenza alle ruote è minor della forza centrifuga che le anima, cedon prontamente alla di lei impulsione che le sollecita a scappare per la tangente. Così nei fuochi d'artificio i girasoli divengon più grandi e più belli per il lor moto di rotazione, da ogni parte spandendosi per un infinità di tangenti la polvere accesa e formando in tal modo un piano più esteso di quello che aver potrebbe se ardesse senza il moto circolare. Così s'è impiegata la forza centrifuga nel ventilatore di Desaguillers per rinnovar l'aria della camera d'un malato, e nella costruzione di più trombe, de' mantici da fucina, de' vagli ec.

47. Descriva ora un mobile qualunque curva: 1.^o l'area descritte dal raggio vettore cioè dalla linea condotta dal centro al punto della curva in cui trovasi il corpo, son proporzionali ai tempi: 2.^o se l'area descritte dal raggio vettore intorno a un punto fisso crescon come i tempi, la forza che sollecita il corpo, è costantemente diretta verso questo punto. Infatti 1.^o (Fig. 14.) un mobile ricevuta che abbia un'impulsione nella direzione Ax percorre subito la linea infinitamente piccola AB , e nell'istante che segue la forza centrale diretta verso il punto S gli fa percorrere Bc del pari infinitamente piccola nel tempostesso che avrebbe percorso $BC = AB$; dunque il raggio vettore AS descriverà nel primo istante l'area ASB , e in un tempo eguale al primo descriverà l'area BSc : ora il triangolo $ASB = BSc$ in superficie, poichè $ASB = BSc$ per aver ambedue per ipotesi le basi infinitesime eguali AB, Bc , e la medesima altezza AS ; e $BCS = BcS$ per aver ambedue la stessa base BS e la stessa altezza $cb = CB$ mentre le Cc, Bb si consideran come parallele per esser BC infinitamente piccola cosicchè i punti C, c quasi confondonsi insieme: dunque il triangolo $ASB = BcS$, e però le aree descritte dal

raggio vettore d'un corpo che descrive una curva son proporzionali ai tempi; 2.^o siccome il triangolo $BSc = ABS$ solo perchè Cc è parallela a BS , e inoltre secondo le leggi del moto composto la Cc dee esser parallela (§. 41. 1.^o) alla direzione della forza che agendo in B sollecita il corpo a descrivere la diagonale Bc , così questa forza deve esser diretta secondo il raggio BS ; e però se l'aree descritte dal raggio vettore intorno a un punto fisso crescono in ragione de' tempi, la forza che sollecita il corpo è costantemente diretta verso questo punto.

48. Se poi un corpo è mosso circolarmente *la forza centripeta e la centrifuga eguaglia il quadrato dell' arco descritto* (Fig. 15.) *dal diametro del circolo.* Muovasi in circolo il corpo A descrivendo l'arco infinitamente piccolo AB . Essendo AE il diametro del circolo, tirando dalla di lui estremità E la linea EBD può essa riguardarsi come parallela ad EA , mentre AD è la tangente dell' arco AB , ed IB ne è il seno. Ora la forza centripeta di A è misurata dal seno-verso AI dell' arco descritto, perchè esso indica di quanto il corpo è stato precipitato al disotto della tangente AD ; e la forza centrifuga è espressa da BD , perchè BD esprime di quanto il corpo si allontanerebbe dalla curva, se obbedisse alla forza proiettile AD . Ora $BD = AI$ per essere AE considerata come parallela a DE , e per essere IB parallela ad AD ; di più il seno-verso AI dell' arco AB è eguale al quadrato di quest' arco diviso per il diametro: dunque la forza centripeta o la centrifuga di un corpo mosso in circolo è eguale al quadrato dell' arco descritto diviso per il diametro del circolo. Onde la forza centrifuga di esso è sempre eguale alla centripeta; e però benchè queste due forze direttamente opposte distruggansi a ogn' istante, pure una tal distruzione non produce il riposo perchè la forza acceleratrice dà in ogn istante una nuova impulsione, e la forza centrale che ne risulta si combina con la proiettile, che costantemente fa rinascere la forza centrifuga.

49. Penetriamo più addentro in questa materia. Le velocità de' corpi che girano in circolo, le loro masse e distanze dal centro del moto sono i soli elementi che entran

nel calcolo delle forze da cui sono essi animati, e per cui può nascere una differenza sensibile: fermiamoci su queste tre cause di differenza, premettendo che dicesi *tempo periodico* quello che il mobile impiega per far nella sua curva un'intera rivoluzione intorno al centro, e che perciò esso dipende dalla velocità del mobile; cosicchè rispetto a due corpi che nella medesima curva muovansi con velocità differenti i tempi periodici sono in ragion inversa delle velocità.

50. Se i tempi periodici e le distanze dal centro sono eguali, le forze centrifughe son proporzionali alle masse. Supponghiamo che sia lo stesso il tempo periodico di due corpi A, P (Fig. 16.) i quali siano egualmente distanti dal centro e tali che P sia quadruplo in massa di A: possiamo allor concepire P diviso in quattro parti eguali, ognuna di esse eguale ad A e però della medesima forza; dunque P sarà in forza quadruplo di A. In prova di che fate girare in circolo un corrente nel centro del quale vadano a terminare più tubi inclinati all'orizzonte pieni di fluidi i cui volumi eguali sian di peso disuguale. Si vede il fluido più pesante allontanarsi più degli altri dal centro salendo a un'altezza maggior di quella del più leggero; che se dentro si chiudono dei solidi con de' fluidi, i solidi più leggieri de' fluidi si avvicinano al centro mentre i più pesanti se ne allontanano: effetti che nascono dall'essere i corpi di maggior massa sotto uno stesso volume in atto di girare in circolo animati da una maggior forza centrifuga.

51. Se sono eguali i tempi periodici e le masse de' due corpi, le lor forze centrifughe sono come le distanze (Fig. 17.) dal centro. Poichè se AC, BC sian le distanze rispettive dei corpi A, B, che muovonsi intorno al centro C, partendosi nel tempo stesso da A, B, si troveranno nel medesimo istante in F, I; perciò tirando le due tangenti AD, BH degli archi AF, BI, le forze centrifughe saranno rappresentate da DF, HI (§. 43.). Ora $HI:DF::BC:AC$, perchè $CH:BC::CD:AC$, e $CH-BC:BC::CD-AC:AC$, o sia $CH-BC:CD-AC::BC:AC$ cioè $HI:DF::BC:AC$. Quindi sotto i diversi paralleli terrestri la forza centrifuga dovuta al moto di rotazion della terra è proporzio-

nale ai raggi di questi paralleli, e però fra tutti i corpi situati sulla superficie terrestre quelli che sono all'equatore hanno la più gran forza centrifuga.

52. Se due corpi di massa eguale hanno egual distanza dal centro con velocità disuguali, le lor forze centrifughe sono in ragione inversa de' quadrati de' tempi periodici. Infatti la forza centrifuga d' un corpo che muovesi per un circolo è eguale (§ 43) al quadrato dell' arco descritto diviso per il diametro del circolo; ma i due corpi eguali di massa si muovono alla medesima distanza dal centro; dunque i diametri de' circoli descritti sono eguali; dunque le lor forze centrifughe son come i quadrati di detti archi: ma gli archi rappresentan le velocità; dunque le forze centrifughe di essi corpi son come i quadrati delle velocità: ma le velocità sono in ragion inversa de' tempi periodici (§. 49.); dunque le lor forze centrifughe in tal caso sono in ragion inversa de' quadrati de' tempi periodici.

53. Se nulla ora suppongasì eguale, le forze centrifughe saranno in ragion composta della diretta delle masse e delle distanze dal centro, e dell' inversa de' quadrati de' tempi periodici; cosicchè se chiamasi F la forza centrifuga d' un corpo, la sua massa M , la sua distanza dal centro D , e il tempo periodico T , e inoltre f la forza centrifuga d' un' altro corpo, m la massa, d la distanza dal centro, e il tem-

po periodico, avremo $F:f::\frac{MD}{T^2}:\frac{md}{t^2}$ (r).

54. Finalmeute se i quadrati de' tempi periodici son proporzionali ai cubi delle distanze, le forze sono in ragione inversa de' quadrati delle distanze. Giacchè per ipotesi i quadrati de' tempi periodici son proporzionali a' cubi delle distanze, nella proporzione antecedente non si ha che so-

(r) Infatti si ha (§. 50.) $F:f::M:m$, (§. 51.) $F:f::D:d$, (§. 52.)

$F:f::t^2:T^2::\frac{1}{T^2}:\frac{1}{t^2}$; dunque componendo $F:f::\frac{MD}{T^2}:\frac{md}{t^2}$.

stifuire D^3, d^3 in vece di T^2, t^2 , e avremo $F:f::$

$$\frac{MD}{D^3} : \frac{md}{d^3} :: \frac{M}{D^2} : \frac{m}{d^2}, \text{ proposizione celebre per l'applicazione}$$

che Newton ne fece ai movimenti de' corpi celesti e alla legge di gravitazione.

C A P. III.

Dell' equilibrio nelle macchine.

Chiamasi *macchina* ogni strumento atto a favorire il moto de' corpi. L'*equilibrio* dipende dalla distruzione di più forze che si contrastano, e annullano a vicenda l'azione che esercitan le une sulle altre. Fra le macchine se ne considerano sette come *semplici* cioè la leva, la bilancia, la puleggia, l'asse nella ruota, il piano inclinato, la vite e il cuneo; benchè essendo una tal semplicità relativa al modo con cui si ravvisan le macchine, altri riducono il numero delle semplici a cinque, altri a tre ec. La riunione di più macchine semplici forma le *composte* il di cui numero è indefinito. In qualunque macchina vi son da considerar quattro cose cioè la resistenza, la potenza, il punto d'appoggio e il centro di gravità.

55. *Resistenza*. Così si chiama un corpo o peso qualunque che si vuol sollevare. Se non si avesse a vincer che la sola inerzia, per muoverlo basterebbe una piccola forza; ma si oppongono al suo moto il peso del corpo, la scabrosità di quello su cui riposa e la resistenza del mezzo in cui si trova.

56. *Potenza*. S'intende per potenza una causa qualunque che imprima o tenda ad imprimere del moto al corpo a cui si suppone applicata, valutandosi la potenza dalla quantità di moto impresso o da imprimersi. Questa potenza può essere o un fluido come l'acqua, l'aria, il calorico ec., o un peso, o la forza degli animali. Riguardo ai fluidi, dovendo parlarne a suo luogo, basti il sapere che agiscono su una superficie da lor messa in moto con una forza che è $\frac{1}{2}$ in-

circa della lor forza assoluta; per es. supposta la forza d'un acqua corrente sopra un piano immobile come 100, non sarà che 15 quando l'avrà messo in moto (s). Di rado si applican de' pesi a una macchina per alzar delle grosse moli, perchè bisognerebbe troppo gran spazio per essi a discendere e troppo spesso bisognerebbe rimontarli.

57. Per l'ordinario adunque s'impiega nelle macchine come potenza la forza degli animali e specialmente dell'uomo. Sono i seguenti i risultati ottenuti da varj Fisici che con qualche successo si sono occupati nella valutazione delle lor forze.

De-la-Hire considerando la forza dell'uomo per analogia con i suoi sforzi ordinarij trovò che

	℥ fr.
Un uomo medio pesa	143
E può portare	153, 21
onde i muscoli delle sue gambe portano . . .	296, 21
Egli può alzare fra le sue gambe, ...	102, 14
e la metà del suo corpo pesa, ...	71, 54
dunque i muscoli de' lombi possono alzare . .	173, 68.
Pesando egli	143
può sospendersi per le braccia con un peso di	20, 42
Dunque la forza delle braccia è	163, 42

Questi risultati benchè veri e rigorosi non son tali che per isforzi momentanei, e però non possono abbastanza illuminarci sulla forza dell'uomo che agisce su una macchina quasi di continuo, e per cui dee aversi riguardo e alla natura e alla durata del travaglio.

(s) V. Mem. dell'Ac. delle Scienze. 1704. A.

Amontons trovò che 90. tese furon percorse

	fr.	in M."
da due bussolanti col peso di . . .	286	80
da un facchino col peso di . . .	163, 43	139
da un uomo correndo . . .		25
da uno a un carretto strascinandosi il peso di . . .	326, 43	86
da un cavallo ad un barroccio strascinandosi il peso di . . .	1634, 30	112
da due cavalli alla carrozza di passo sul lastrico . . .		62
da essi di trotto . . .		45
da un cavallo con uomo e sella in peso di . . .	165, 43	80
da esso correndo . . .		50
Di più due cavalli, attaccati a un matro facevano uno sforzo di . . .	153, 215	
	pie di fr.	col peso di & in M."
Due uomini percorsero . . .	1457, 592	30, 643 43200
		il peso di &
e uno alzò all'altezza di . . .	222, 136	25, 53 145
e un segatore per 200 volte		con lo sfor. di
tirò la sega all'altezza di . . .	2, 142	25, 53 145

Bensì i Fisici hanno procurato di ripartir la forza degli animali al loro *momento statico*, che è il peso alzato ad 1 pie. d'altezza in 1" (t): onde il momento statico dell'uomo di sopra nominato che elevò & 25, 53 a 222, 156 P. d'altezza in 145" sarebbe di & 39.425; e il segatore suddetto avrebbe elevato nei 145" le & 25, 53 a tese 71, 83 d'al-

(t) L'effetto d'un travaglio qualunque ha per misura un peso equivalente alla resistenza che bisogna vincere moltiplicato per la velocità e per il tempo che dura l'azione, o sia ha per misura il prodotto di questa resistenza moltiplicata per lo spazio che essa avrà percorso in un tempo dato, giacchè si ha l'istess'effetto o che si elevino & 10 a 1 P. o & 1 a 10 P., perchè è sempre un peso di & 1 elevato 10 volte all'altezza d'1 P.

tezza, cioè il suo momento statico sarebbe stato di $\mathfrak{L}$ 75, 58. Ma nel determinare un tal momento statico hanno avuto de' risultati differenti (v).

Amontons lo valuta a $\mathfrak{L}$ 36, 30

Daniello Bernoulli a -- 55, 15

Desaguillers a -- 102, 14

Borda a -- 73, 54

e altri geometri lo valutano fra le $\mathfrak{L}$ 51, 72 e le $\mathfrak{L}$ 61, 28. Dall' esperienze di Lambert apparisce che per lo stesso uomo il momento statico varia in ragion della di lui inclinazione e per il modo d'impiegare la forza.

E qui si osservi che l'impiego delle forze dell' uomo è molto più vario di quello degli animali i quali solamente sono occupati o a strascinare o a portare, mentre l'uomo può portare, strascinare, pesare e far degli sforzi muscolari al cui risultato pare che non s'attenda. Fra i molti riportati dal Desaguillers il più semplice è quello di far sollevare a un uomo di una forza mediocre un peso di circa $\mathfrak{L}$ 1020 sospendendoglielo a una cigna fissata alla cintura. Ora l'uomo in un tempo brevissimo, ma sempre rinnovato, per l'ordinario porta sulle sue spalle un peso di $\mathfrak{L}$ 102, 14, e un soldato in marcia ha un carico non mai minore di

(v) Il piede Parigino corrisponde a soldi 11, 1, 5 del nostro Braccio Fiorentino, come il nostro Braccio corrisponde a p. parig. 1. 9.^{pol.} 6, 83¹. Similmente la libbra Parigina corrisponde a 1. 5. 7. 5, 737 della nostra libbra, come la nostra corrisponde a 11.^{onc.} 56.^{gr.} della Parigina. Usando poi il peso Francese moderno decimale, il grammo corrisponde a grani 18, 841 Parigini e a grani 20, 376 Fiorentini; onde per avere il *decagrammo*, l'*hectogrammo*, il *kilogrammo*, e il *decigrammo*, *centigrammo*, *milligrammo* si moltiplica il valor del grammo per 10, 100, 1000, e per $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$. Quindi volendo per es. ridurre le $\mathfrak{L}$ 25, 53 fr. a misura moderna si avrebbe (essendo

la libbra fr. di 9216.^{gr.}) $\frac{25,53 \cdot 9216}{18,841} = 12487,9$ grammi che di-

visi per 1000 danno prossimamente 12,5 kilogr. Così riducendo questi a libbre si avrebbe 12,5. 1000. 18,841: 9216 = $\mathfrak{L}$ 25, 53 ia circa.

Vol. I.

d

50
 £ 24 $\frac{1}{2}$, mentre il cavallo ordinariamente porta £ 306, 42
 cioè il triplo del peso ordinario dell'uomo. Dunque posson
 tre uomini equivalere a un cavallo quando siano impiegati
 a portare, il che però non è così se tirano o strascinano
 col sopraspalle. In tal caso Desaguilliers fa equivalere la for-
 za d'un cavallo a quella di 5, e altri a quella di 7 uomini.
 Inoltre Saveur ha trovato che il momento statico d'un ca-
 vallo era di £ 536, 23, che molti fanno ascendere a £
 714, 98. E dall'esperienza di Regnier risulta (u) che la forza
 media di pressione dell'uomo con ambedue le sue mani, co-
 me pure quella con cui egli tira camminando è di £ 102, 14,
 e quella con cui può sollevare un corpo è di £ 265, 55;
 e perciò la forza media del tirar d'un cavallo essendo £
 715 è 7 volte maggior di quella dell'uomo.

L'esperienze poi di Coulomb provano che l'azion giorna-
 liera

	£ fr.	
di un uomo in cammino è	7150, 02	elevato a 0, 225 leghe
di uno caricato di £ 118, 49	4183, 34	elevato alla stes- sa altezza.
di uno caricato di £ 89, 89	4424, 87	l'azione utile è di £ 1414, 19.
di uno che sale una scala scarico	418, 79	
del medesimo caricato di £ 138, 91	222, 67	
di uno che mena un carruccio	2087, 82	
di uno che con la berta ficca de' fittoni	154, 24	
di uno che batte moneta	80, 69	
di uno che tira su dell' acqua	145, 04	
di uno che muove una manovella	236, 97	
di uno che lavora	224, 72	

(u) V. il 5.º quaderno del giornale della Scuola Politecnica, dove
 è anche disegnato il dianometro per misurar le forze animali ed è
 dato il modo d'applicarlo.

Questi preziosi risultati fanno sperare che moltiplicando simili esperienze con aver riguardo alla natura e durata del travaglio si potrà determinar con esattezza la forza impiegata dall'uomo e dagli animali nel servizio delle macchine (x).

58. *Punto d'appoggio*. Dicesi *punto d'appoggio*, o *ipomoclio* un punto fisso ed immobile per resistere allo sforzo della potenza e della resistenza. Si posson riguardare la potenza,

(x) Qualunque sia la macchina se un peso ne tira un altro con moto uniforme, il primo peso, considerato come potenza, moltiplicato per lo spazio che percorre è eguale al peso elevato moltiplicato per l'altezza a cui si eleva; la qual quantità però è in pratica sempre minore essendo sempre alterato l'effetto dagli urti, attriti ec. L'azione poi è la pressione che uno esercita moltiplicata per la velocità e il tempo che dura l'azione; la qual quantità si rappresenta per un peso che cade da un'altezza in un dato tempo: e se nel produrre questa quantità d'azione l'uomo prova tutta la fatica che può sostenere in un giorno, questa quantità stessa d'azione misurerà l'effetto che può egli produrre in un giorno, o sia si avrà il peso che può egli elevare ad una certa altezza in un giorno. Così noi possiamo salire a ragion di 14 metri per 1^a; dunque per calcolar la quantità d'azione in salire si moltiplica il peso dell'uomo (valutato 70 kilogr.) per l'altezza a cui si è elevato, cioè si ha $70 \cdot 14 = 980$ kilogr. elevati a un metro: così pure se nel primo giorno un uomo, che si suppone consumarvi tutta la quantità d'azione, sale il Pico di Tenariffa a 2923 metri, per aver questa quantità d'azione si ha $70 \cdot 2923 = 204610$ metri = 204, 610 chilometri, cioè la sua quantità d'azione giornaliera è 205 kilogr. elevati a un kilometro. (N. r.)

Che se chi sale avesse un carico di 68 kilogr. la quantità d'azione sarebbe 109; dunque l'azione sarebbe scemata di 96. Ora chiamato P un carico qualunque si avrà $68:96::P:x$ cioè la quantità d'azione perduta per il carico P è 1, 41 kilom. moltiplicato in P , dove 1, 41 indica l'altezza cui è elevato P ; dunque la quantità d'azione giornaliera d'un uomo con il carico P sarà $205 - 1, 41 P$. Se perciò chiamasi h l'altezza a cui l'uomo col peso P può elevarsi giornalmente, Ph sarà l'effetto utile del travaglio e $(70 + P)h$ sarà la quantità totale d'azione giornaliera d'un uomo valutato 70 kilogr. e che nel tempo stesso alza il carico P ; onde sarà $(70 + P)h$

$$= 205 - 1, 41 P, \text{ e } Ph = \left(\frac{205 - 1, 41 P}{70 + P} \right) \bullet \text{ darà l'azione utile}$$

del travaglio; dove se $P = 53$ kilogr., $Ph = 56$ kilogr. elevati a 1 kilom.

la resistenza e l'ipomoclio come tre forze qualunque, i di cui sforzi reciproci si distruggon nel caso d'equilibrio.

59. *Centro di gravità*. La riunione di più corpi collegati fra loro in una maniera invariabile e riguardati come un medesimo corpo si chiama *sistema*. Ora la *gravità* è una proprietà per cui un corpo o un sistema di corpi tende a precipitarsi verso il centro della terra (sul chesi guardi di non confonderla col *peso*, giacchè la gravità si misura per mezzo della velocità d'un corpo che cade liberamente sulla superficie della terra, velocità che astraendo dalle resistenze è la stessa in tutti i corpi; laddove il peso d'un corpo si misura per mezzo dello sforzo che bisogna fare per sostenerlo quando tende a precipitarsi verso il centro della terra, sforzo che è proporzionale alla massa); e *centro di gravità* è un punto preso dentro o fuori d'un corpo o d'un sistema di corpi, per cui il corpo o il sistema essendo sospeso liberamente o sostenuto su un punto fisso, resta immobile e in equilibrio come se tutto il peso di essi fosse riunito in tal punto: dicesi poi *piano orizzontale* un piano parallelo alla superficie del mare in quiete, e allora la normale a un piano orizzontale prende il nome di *verticale*, e la verticale che passa per il centro di gravità d'un corpo prende quello di *linea di direzione*, perchè tutto lo sforzo del peso che si trova riunito al centro di gravità tende a portare il corpo direttamente al centro della terra e però a portarlo normalmente alla sua superficie. Quindi è che un corpo liberamente sospeso per un de' suoi punti dee mettersi in moto intorno ad esso finchè si sia situato in modo che il punto di sospensione si trovi nella linea di direzione, poichè potendosi riguardare il punto di sospensione come una potenza che distrugge lo sforzo del peso, la direzione secondo cui agisce il punto di sospensione dee esser direttamente opposta a quella della gravità, e però il punto di sospensione dee trovarsi nella linea di direzione. Per l'istessa ragione un corpo posto su un punto d'appoggio non è sostenuto che quando il punto d'appoggio è nella linea di direzione, mentre il punto d'appoggio e lo sforzo del peso del corpo che è riunito nel centro di gravità, son due forze eguali che

si combattono e che non posson distruggersi per far nascere il riposo se non in quanto sono opposte, il che solamente accade quando il punto d'appoggio si trova nella linea di direzione.

60. Ma vediamo come si conosce il centro di gravità de' corpi comechè ciò spesso giova. Se essi fossero regolari o omogenei, il lor centro di gravità sarebbe nel centro della figura. Dandoci però la natura pochissimi esempj della loro regolarità e specialmente della loro omogeneità si può nel caso contrario facilmente determinarlo col metodo seguente fondato su i principj già stabiliti (§. antec.). Sospendete per un punto il corpo di cui volete il centro di gravità, e notate la verticale che passa per questo punto; poi sospendetelo per un altro punto e notatene pure la verticale: il centro di gravità cercato è nel punto d'intersezione di queste due linee. Oppure ponete il corpo per il lungo attraverso a una lama posta per taglio o sulla costola d'un prisma in modo che vi stia in equilibrio: tirando sul corpo una linea corrispondente al taglio della lama, il centro di gravità è necessariamente un punto di essa: per conoscerlo ponete di nuovo il corpo, ma per il largo, sulla medesima lama in modo che vi stia in equilibrio e tirate sul corpo una linea corrispondente al taglio della lama; questa seconda linea in cui è il centro di gravità tagliando la prima ad angoli retti; il loro punto d'intersezione indica il centro di gravità.

Tali principj ci conducono alla spiegazion di molti fenomeni. 1.^o Certi corpi sopra piani inclinati ruzzolano, ed altri non fanno che strisciarvi: sul piano (Fig. 18.) inclinato *a F* sian posti i corpi *A, B*; il corpo *A* vi striscia perchè il suo centro di gravità è sostenuto dal piano inclinato, cioè perchè la linea di direzione *Cx* passa per la base *d* e del corpo; e il corpo *B* vi rotola perchè la linea di direzione taglia il piano inclinato al di fuori della base *fg*. 2.^o Le celebri torri di Pisa e di Bologna sono stabili, benchè, inclinate come sono all'orizzonte, sembrin minacciar la loro caduta sopra chi ne ignora la costruzione: la torre di Pisa rotonda è alta 138^p. incirca ed è inclinata circa 15^p.; la torre di Bologna quadrata è alta circa 130^p. e inclinata

circa 9° : ma in ambedue l'architettura ha saputo in tal modo disporre le parti, che non ostante una tale inclinazione la linea di direzione passa per la base di esse. $3.^{\circ}$ Così, perchè la linea di direzione passi sempre per i nostri piedi e il centro di gravità sia sostenuto, un uomo che porta un fardello sul dorso si piega per davanti, mentre si piega per l'indietro se lo porta fra le braccia. $4.^{\circ}$ Così facilmente si concepisce la costruzione di quelli omaccini di legno che si reggono sopra un piede avendo al fianco due fili di metallo che sporgono in fuori e alle estremità due pallottoline di piombo, le quali fan sì che la linea di direzione passi per il piede; onde la statuetta può mantenersi ritta ed essergirata a piacer di chiunque senza temer che cada. $5.^{\circ}$ Si comprende ancora il meccanismo dell'altre statuette che capovoltano lungo i gradini di una scaletta: essendo vuote vi è rinchiuso dentro del mercurio che successivamente andando dal ventre al petto e viceversa cangia il lor centro di gravità e determina la lor caduta. $6.^{\circ}$ Se sopra due regoli ad angolo e un poco elevati verso le estremità opposte all'angolo pongasi un solido composto di due coni che abbian comune la base, esso rotola lungo i due regoli e s'eleva fino alle lor parti superiori. Poichè il centro di gravità del solido non essendo sostenuto cade, e la sua caduta fa girare il solido su i regoli, i quali essendo inclinati e costantemente divergenti fan sì che il solido s'appoggi sopra dei punti, che s'avvicinan sempre alle estremità dell'asse, onde in realtà il centro di gravità invece di salire scende.

Prima adesso d'entrare a parlar delle macchine avverto che io suppongo che esse sian formate di una materia dura e inflessibile, che tutte si muovano le une sulle altre e sul loro asse senza provare il minimo attrito e che il macchinista abbia lor dato la maggior perfezione, mentre dipoi si vedrà la maniera di modificarne i risultati ne' casi contrarj.

61. *Leva*. Il geometra chiama *leva* o *vette* una linea retta o curva inflessibile che suppon senza peso e mobile intorno al suo punto d'appoggio. Son di tre sorti; (Fig. 19.) è del $1.^{\circ}$ genere se il punto d'appoggio C è fra la potenza P e la resistenza D; (Fig. 20.) del $2.^{\circ}$, se la resistenza D

sia fra il punto d'appoggio C e la potenza P; del 3.^o, se la potenza P (Fig. 21.) è fra il punto d'appoggio C e la resistenza D.

62. *Legge dell'equilibrio.* Se per mezzo d'una leva o d'una macchina qualunque facciansi agir l'un contro l'altro due pesi di cui l'uno faccia la funzion di potenza, l'altro di resistenza, *saravvi equilibrio se la potenza e la resistenza siano in ragion inversa delle lor distanze dal punto d'appoggio.* Poichè l'equilibrio risultando dall'eguaglianza di due o più forze che si contrastano e le forze risultando dalle masse moltiplicate per le velocità (§. 20.), due pesi che per mezzo della leva agiscan l'un contro l'altro debbono equilibrarsi quando sono in ragion inversa delle velocità che avrebbero se l'equilibrio fosse rotto: ma le distanze de' pesi dal punto d'appoggio determinano le lor velocità, che son sempre nello stesso rapporto delle distanze (perchè, se si fa muover la leva AA, (Fig. 22.) il punto A descriverà l'arco Aa nel tempo stesso in cui B descriverà l'arco Bb, onde la velocità di A è a quella di B :: Aa : Bb, o :: CA : CB raggi di essi archi che misuran le distanze dall'ipomoclio); dunque le distanze de' pesi dall'ipomoclio rappresentan le lor velocità; dunque ec.

63. Ma se il braccio della leva misura la distanza della potenza o della resistenza dall'ipomoclio quando esse son perpendicolari alla leva, non è così quando vi siano oblique, giacchè allora si dee condurre una perpendicolare dal punto d'appoggio sulla direzion della potenza, prolungata se bisogni. Così se le potenze R, P (Fig. 23.) nelle direzioni oblique AR, BP tirin la leva ACB, le distanze di R, P dall'ipomoclio son misurate dalle normali CE, CD, le quali son più corte dei bracci della leva corrispondenti, essendo ognuna di esse un de' lati d'un triangolo rettangolo che ha per ipotenusa il braccio della leva corrispondente: onde 1.^o la forza della potenza o della resistenza scema se in vece d'esser normale diviene obliqua: 2.^o nella normalità delle lor direzioni ai bracci della leva essendo in equilibrio la potenza e la resistenza, lo sono anche nella loro obliquità se abbiano l'obliquità nel grado stesso, perchè sceman le distanze

nella stessa ragione, essendo $CE:CD::AC:CB$ per esser simili i triangoli ACE, BDC : mentre che se l'obliquità è differente manca l'equilibrio in favor della potenza la cui direzione è meno obliqua, perchè, benchè scemi la sua distanza dal punto d'appoggio, resta rispettivamente più grande di quella della potenza la cui direzione è in maggiore obliquità.

Un tal legge può bensì differentemente enunziarsi ma sempre in una maniera equivalente. Monge (y) ha dedotto la teoria dell'equilibrio dal principio della decomposizione delle forze da noi dimostrata (§ 41.) mentre componendo successivamente tutte le forze a due a due si dee pervenire ad una sola risultante equivalente a tutte, e però dovrà esser nulla nel caso d'equilibrio se non vi è nel sistema alcun punto fisso; e se vi è la risultante dovrà passare per esso. De-la-Grange (z), col calcolo alla mano illustrato con la spiegazione di tutti i fenomeni relativi all'equilibrio l'ha dedotta dal principio delle velocità virtuali, intendendosi per *velocità virtuale* quella che un corpo in equilibrio è disposto a ricevere nel caso che sia per accaderne il disequilibrio, cioè quella che nel primo istante del suo moto in realtà prenderebbe; principio fondato sul teorema che *sono in equilibrio le potenze se sono in ragion inversa delle lor velocità virtuali* valutate secondo le direzioni di queste potenze.

64. E l'esperienza conferma questa legge nelle tre leve, sebbene il Fisico, a differenza del Geometra, deve allora considerare il peso della leva, mentre se la lunghezza di essa è doppia o tripla di quella d'un'altra, è doppio o triplo anche il suo peso; il qual eccesso di peso andrebbe in pro della potenza o della resistenza se non si avesse la cautela, prima di far l'esperienza, di metter la leva in equilibrio con se medesima.

65. Dunque 1.º la leva di primo genere può egualmente favorir la potenza o la resistenza, perchè supposti i

(y) V. Statica di Monge. A.

(z) V. Meccanica di De-la-Grange. A.

bracci disuguali la potenza o la resistenza posson porsi egualmente alle estremità del braccio più lungo al contrario della leva di secondo genere la cui potenza è sempre più lontana dall'ipomoclio della resistenza, mentre la leva di terzo genere favorisce sempre la resistenza che vi è in maggior distanza dall'ipomoclio della potenza; 2.^o una potenza piccolissima col favor d'una leva lunghissima può muovere una resistenza considerabilissima, onde non dobbiamo stupire di ciò che diceva Archimede *datemi fuor della terra un punto d'appoggio e vi muoverò la terra*. Infatti (Fig. 24.) se la leva AB orizzontale e caricata di un peso in D è sostenuta dalle potenze A, B, l'azione di A per sostener D sta all'azione di B :: BD : AD. Poichè supposto che A faccia da ipomoclio, la leva AB diviene di secondo genere, e però l'azion di B starà a D :: AD : BA; e supposto che B faccia da ipomoclio, l'azion di A starà a D :: BD : AD; dunque l'azion di A sta all'azion di B per sostener D :: BD : AD. E' dunque facile l'attaccare alla leva A B un peso in modo che un fanciullo e un uomo il più robusto ne portin ciascuno la parte proporzionata alle lor forze. Sia questi 100 volte più forte di quegli, sia AB diviso in 101 parti eguali, sia il primo in A, il secondo in B, il peso in D, e sia BD = 100 parti, e AD = 1, sarà AD : BD :: 1 : 100, cioè la forza di B è a quella di D :: 1 : 100, e però se il peso è in D ognun di loro avrà addosso un peso proporzionale alle lor forze.

Son le leve impiegate nelle arti e negli usi i più ordinarij della società. Le cesoje, le tanaglie, le pinzette ec. non son che leve del primo genere. Lo sforzo della mano o de' diti che premono i due manichi è la potenza, il chiodo che le tiene unite l'ipomoclio comune, e ciò che si taglia o si stringe la resistenza. Leve di secondo genere sono i remi da mandar avanti un battello, dove l'acqua è l'ipomoclio applicandovi contro l'estremità del remo, la mano che agisce all'altra estremità è la potenza, e nel mezzo del remo è la resistenza cioè il battello che si spinge e si pigia per affrettargli il cammino; il coltello da panattiere, che fissato per la punta sulla tavola e girando intorno a un punto fisso

è portato dalla destra contro la resistenza da vincere; i soffietti da fabbrica o da camminetto, dove la vera resistenza è la massa d'aria rinchiusa nel soffietto che a misura della pressione esce dal buco del tubo più o meno veloce; l'albero d'una nave, in cui il vento che agisce contro la vela è la potenza, la nave è la resistenza, e il punto d'appoggio è dove l'albero prolungato riscontrerebbe la *chiglia* appunto dove accaderebbe il moto circolare dell'albero se la nave intera *cappeggiasse*; e lo è una porta che si spinga, perchè sebbene vi sian più bandelle che girin su più gangheri come su tanti centri di moto nè sia la resistenza o peso della porta riconcentrato in un punto, pure vi si considera un sol punto d'appoggio situato all'estremità dell'orizzontale che divide la porta in due parti eguali come se la massa tutta di essa sia ivi riunita nel mezzo di essa linea; la potenza quasi nulla facendo di sforzo per muover la resistenza perchè la porta è in equilibrio con se medesima, spingendola non si deve vincere che la sua inerzia e la resistenza degli attriti e quella dell'aria. E leva del terzo genere è una scala appoggiata ad un muro, il quale è la potenza che la sostiene, essendo chi sale la resistenza e l'ipomoclio il piede della scala che riposa sul terreno, perchè se il muro piegasse il peso della scala e dell'uomo riuniti farebber girare la scala intorno al suo piede; e lo sono le molle la cui resistenza è il tizzone, la potenza la mano, e l'ipomoclio il punto in cui si uniscono le due leve che le compongono.

66. *Bilancia*. La Bilancia (Fig. 25.) serve a mettere in equilibrio due quantità eguali di materia, cosicchè conoscendo il peso dell'una, si conosce ancor quello dell'altra. E' da notarvisi il fusto o asta *AB* divisa in due parti eguali in *F*, i due bacini o piatti *e, d* sospesi all'estremità de' due bracci dell'asta, la staffa *EF* che serve d'appoggio all'asse nel punto in cui è il centro del moto. Facilmente si vede non esser la bilancia che una leva di primo genere divisa in due bracci eguali dal suo ipomoclio, e califica degli sforzi d'una potenza e d'una resistenza, le di cui direzioni son parallele fra loro, e le distanze dall'ipomoclio

son sempre eguali, qualunque siasi la situazione dell'asta relativamente all'orizzonte.

67. Perciò per la perfezione d'una bilancia è necessario 1.^o che i punti di suspension de' bacini o de' pesi siano esattamente nella linea stessa in cui si trova il centro della bilancia e sian distanti egualmente da esso: 2.^o che i due raggi dell'asta siano in una medesima linea retta a parallelismo con la retta de' bacini in equilibrio: 3.^o che la bilancia sia mobilissima sull'ipomoclio diminuendo al più ch'è possibile l'attrito e la pressione sopra di esso; il che si ottiene col far leggerissimo il fusto, come si pratica specialmente nelle bilancie *da saggio* in cui è necessaria una gran precisione, purchè però si avverta che la troppa debolezza del fusto non gli cagioni una flessibilità capace d'alterar l'egualianza delle distanze dall'ipomoclio, come pure con fare il fusto un poco in forma di coltello, diventando così il luogo del foro sul quale egli poggia, durissimo, senza il timore che si pieghi sopra se stesso o troppo si logori: 4.^o che il centro di gravità del fusto sia un poco al disotto del centro di moto per impedire un'eccessiva mobilità dell'asse per cui tutto precipiterebbe dalla bilancia a ogni piccola differenza de' pesi: 5.^o che non solo nella costruzione della bilancia ma anche nell'uso di essa le due braccia siano e mantengansi costantemente eguali di lunghezza, onde si procurerà di ben temperare il metallo del fusto perchè ceder non possa allo sforzo del peso che gli si fa reggere: giacchè senza una tale precauzione uno de' bracci o ambedue cedendo disugualmente sotto il peso, l'uno de' pesi si troverebbe più lontano dell'altro dal punto d'appoggio, onde l'equilibrio che ciò non ostante vi si vedrebbe non darebbe egualianza di masse; e inoltre se uno de' bracci sia $\frac{1}{2}$ più lungo dell'altro, il piatto attaccato al più corto peserà pure $\frac{1}{2}$ più dell'altro, onde stabilito l'equilibrio fra i pesi de' due piatti questo indicherà l'ineguaglianza delle masse mentre l'equilibrio indicherà l'egualianza di forze; ma forze eguali annunziano masse ineguali quando sono ineguali le velocità come accade nel nostro caso per essere ineguali i bracci dell'asta; dunque la più piccola massa sarà nel piatto attaccato al braccio

più lungo, e perderà per parte del peso ciò che guadagnerà per parte della distanza dal punto d'appoggio supposta d' $\frac{1}{12}$ maggior dell'altra; dunque nel caso d'equilibrio il suo peso sarà più piccolo d' $\frac{1}{12}$.

68. *La stadera* è una specie di bilancia con braccia disuguali. L'asse e l'ipomoclio che lo sostiene sono a una (Fig. 26.) piccolissima distanza dall'estremità del braccio a cui si sospende la roba di cui vogliam sapere il peso, mentre l'altro braccio assai più lungo è diviso in più parti eguali, che determinano lo sforzo rispettivo d'un piccolo peso che si fa muovere lungo di esso. E' dunque anche la stadera una leva di primo genere in cui il punto d'appoggio è assai più vicino a un'estremità d'un braccio che all'altra, per il che un piccolissimo peso può equilibrare una massa considerabile allontanandolo a proporzione dall'ipomoclio. Con essa si ha il vantaggio di misurare con un sol peso masse differenti, e di avere esattezza maggiore trattandosi di grossi pesi, perchè aumentando gli attriti in ragion de' carichi, se si impiegasse in tal caso una bilancia, restando il suo asse troppo aggravato per il peso e del carico e del contrappeso, diventerebbe a proporzion meno mobile; per esempio mettendosi in un bacino d'una bilancia un contrappeso di £ 100 bisognerebbe per formar l'equilibrio per sull'altro bacino un carico di £ 100 e però l'asse sarebbe caricato di £ 200; al contrario della stadera in cui un carico di £ 100 sospeso all'estremità la più vicina all'ipomoclio s'equilibra col peso di £ 1 posto a una distanza 100 volte maggiore da esso, per il che l'asse della stadera è caricata soltanto di £ 101.

69. *Puleggia*. La puleggia è un piano circolare DOE di legno o di metallo mobile in C sopra un'asse retto dal sostegno CA (Fig. 27.). Il detto piano ha nella grossezza di sua circonferenza una scanalatura per ricevere una corda PDOEB che abbraccia una parte di circonferenza. La puleggia è fissa quando ha il solo moto di rotazion sul suo asse, ed è mobile quando inoltre ha o può avere un moto di traslazione.

70. *Nella puleggia fissa nel caso d'equilibrio la potenza*

dee esser sempre eguale alla resistenza. Sia infatti B in equilibrio con P; tutto è allora in un perfetto riposo; nulla facendo la parte inferiore DHE della puleggia non vi si può avere alcun riguardo; e la parte superiore DOE non facendo che sostenere la corda che la circonda (onde non accaderà alcun cangiamento se si fermi la corda in D e in E) si può ad essa pure non aver riguardo: la puleggia si riduce allora a una leva di primo genere a bracci eguali, dove la potenza agendo per mezzo d'essa leva dee eguagliar la resistenza perchè vi sia equilibrio. La qual dimostrazione ha luogo in qualunque direzione della potenza B come nella direzione GF, HO ec.; perchè togliendo la parte inferiore DHEF come pur la superiore DOF non resta che una leva curva DCF che ha le braccia eguali CD, CF, le quali misuran le distanze per esser CD, CF normali a DP, FG, onde la potenza B deve eguagliar la resistenza P acciò vi sia equilibrio.

Infatti anche l'esperienza ci mostra l'equilibrio fra due pesi eguali sospesi all'estremità d'una corda che abbraccia una puleggia fissa; come pure ci mostra che se due puleggie di differenti diametri sono infilate per il medesimo asse non può stabilirsi l'equilibrio fra i pesi che gli uni contro gli altri agir si fanno sulle puleggie per via di corde, se non che quando le lor masse sono in ragion inversa de' diametri delle puleggie. Dal che si deduce che la puleggia fissa lungi per se stessa dal contribuire all'aumento della potenza ne favorisce soltanto la direzione.

71. *Nella puleggia mobile la potenza in caso d'equilibrio dee esser suddupla della resistenza* (Fig. 28.) *allorchè son parallele le direzioni delle corde che abbraccian la puleggia.* Sia la puleggia DHEA mobile col peso P attaccato al gangio che termina il sostegno CA e l'estremità della corda K sia fissata in K. Non agendo la parte superiore DHE della puleggia si considera come inutile, mentre la parte inferiore DAE di essa non fa che sostenere la corda; per il che se si fermasse la corda in D e in E non averrebbe alcun cangiamento benchè si rigettasse la parte inferiore DAE della puleggia. Resta allora la retta DCE il cui

ipomoclio è in E e la corda EK il sostegno: il punto P agisce come se fosse in C e la potenza B che eleva questo peso con la corda BD agisce al punto D. Si ha dunque una leva di secondo genere e però la potenza B star deve alla resistenza P::CE:DE cioè::1:2.

72. Che se le corde non son parallele, qual rapporto si avrà tra la potenza e la resistenza nel caso di equilibrio? Siano le due puleggie mobili A, B; tirisi MN per riunire i punti M, N (Fig. 29. 30.) in cui le corde toccan la puleggia, e da M si abbassi MK normale ad HN. E' chiaro che la potenza R e la resistenza D sono in equilibrio come se fossero ambedue applicate a una stessa leva MN, il cui ipomoclio fosse in M, la resistenza D in O nella direzione DOH e la potenza R in N nella direzione di NR; onde nel caso d'equilibrio la potenza sta alla resistenza::MO:MK; ma MO è il seno dell'angolo MHO ed MK di MHN; dunque *nelle puleggie mobili, sia qualunque l'angolo che forman fra loro le corde che l'abbracciano prolungate fino alla lor concorrenza nel medesimo punto, la resistenza starà alla potenza, nel caso d'equilibrio, come il seno dell'angolo formato dalle corde sta al seno della sua metà.*

E' viziosa la costruzione usuale di far girar le puleggie su una caviglia che attraversa il centro di queste macchine sì perchè mai è perfetta la circonferenza del foro che si fa nella grossezza della puleggia, sì perchè in alcuni luoghi si consuma più presto per lo sfregamento che ha sull'asse, e il foro diviene irregolare, ineguale e scabroso, il che aumenta lo sfregamento da superarsi dalla potenza, onde i raggi della puleggia divenendo ineguali, la potenza e la resistenza alternativamente agiscono a una distanza più o meno grande dal punto d'appoggio. Per scansare un tale inconveniente si fissi nella grossezza della puleggia l'albero o stile su cui dee girare, le cui estremità sian ben rotondeggiate e abbiano una gran mobilità negli occhi del sostegno. Quand'anche questi fori non siano più perfetti di quelli della puleggia si ha il vantaggio che tutto il carico della puleggia sentir facendosi dall'alto in basso sugli occhi del sostegno, questi si approfondo-

dano e si ingrandiscono nel senso medesimo, la puleggia discende solamente nel sostegno e gira costantemente negli occhi che la reggono senza temer dell'ineguaglianza de' raggi.

73. *L'asse nella ruota.* Consiste tal macchina in una gran ruota o *timpano* o *tamburo* attraversata da un'asse o *sala* con cui gira. Quivi il peso è attaccato a una corda che involuppa l'asse, e la potenza che agisce è applicata alla gran ruota. Sia AFB la ruota della macchina, DE l'asse, G il comun centro di moto, circondi l'asse (Fig. 31.) la corda DP a cui sia attaccato il peso P, e la potenza che agisce sia applicata alla gran ruota nel punto B o sia alla corda BM nel punto M. Per aver quì l'equilibrio bisogna che la potenza M stia al peso P come il raggio dell'asse DC sta al raggio della ruota CB. Infatti la potenza M deve stare al peso P come la distanza di esso peso dal punto d'appoggio sta alla distanza della potenza dal medesimo punto; ma il raggio CD della sala misura la distanza del primo, e il raggio CB della gran ruota quella di M; dunque *la potenza sta al peso come il raggio dell'asse al raggio del tamburo* o come i loro diametri; sul che si osservi che al diametro dell'asse dee sempre aggiungersi il diametro della corda. Dunque la costruzione di tal macchina è tanto più favorevole alla potenza quanto più piccolo è il diametro della sala e più grande quel del tamburo.

Se una potenza che agisce coll'aiuto di questa macchina perde a un'istante una parte di sue forze mentre che la resistenza da vincersi resta costantemente la stessa, la potenza dee applicarsi ad una macchina fatta in modo che la sua gran ruota sia piccolissima nel principio dell'azione, e il suo diametro cresca sempre nella stessa ragion delle forze della potenza decrescente. Così costumasi nella costruzione degli orologi, il cui primo motore è una molla che si avvolge sopra se stessa ed è rinchiusa in un *bariletto* o *tamburo*. L'azione di tal molla scema a misura che si distende mentre che la resistenza delle ruote dell'orologio resta costantemente la stessa. Perciò si fa un pezzo sfusato di figura conica o *piramide* BFE (Fig. 32.) che gira intorno all'asse BA, e al cui punto E è fissa una ruota dentata che fa

muover tutte le ruote. Sulla piramide è avvolta una catena in modo che l'azione della molla S già tesa è la più grande possibile; ed essa tira dalla parte superiore della piramide cioè a una piccolissima distanza dal punto d'appoggio. A misura che la detta molla si stende scemando la sua azione, la catena scende verso la parte inferiore della piramide, e agisce ad una distanza dal punto d'appoggio che aumenta progressivamente nella ragione stessa in cui scema l'azione della molla.

Se la potenza dianzi supposta in M fosse in G , tirando la corda GF la sua azione dee esser la stessa per elevare il peso P , perchè la linea $CF = CB$ per esser raggi del medesimo circolo misurando la vera distanza della potenza G dall'ipomoclio C , è la stessa di quella che agiva in M , e però la sua azione non deve cangiare.

Si costruiscono tali macchine in modo che nell'interno della gran ruota si fanno andar degli uomini o degli animali, i quali gravitando sul tamburo fanno elevare il peso sospeso alla sala. Per intender ciò sia il tamburo scavato AFB (Fig. 31.) in cui pongasi un'uomo o un'animale qualunque che si sforza d'avanzare verso H, K, S, B ec. Arrivato che è al punto H , la sua linea di direzione è HE ; agisce dunque come se fosse sospeso in E ; la sua distanza dunque dall'ipomoclio è $CE = CD$, e però l'azione di esso in H eguaglia il peso P . Avanzandosi poi al punto K , la linea di direzione diviene IK , la sua distanza dall'ipomoclio è IC , e però la sua azione in K sta al peso $P :: CD : CI$, ec.: per il che a misura che l'animale monta nel tamburo la sua forza relativa aumenta, perchè essendo sempre la stessa la sua gravità va sempre crescendo la sua distanza dall'ipomoclio. Il *maximum* di sua distanza dall'ipomoclio sarebbe in B se l'animale vi potesse montare, ed allora egli eleverebbe il peso il più pesante che da lui potesse elevarsi.

L'asse nella ruota presentasi spesso sotto la forma d'una semplice cilindro attraversato da dei *calibratoj* più o meno lunghi a' cui capi si applica la potenza: chiamasi *verricello* o *Lurbera* quando il cilindro ha una situazione orizzontale; e se l'ha verticale dicesi *argano* assai più util del primo si

perchè la potenza può sempre agir normalmente al suo braccio della leva, sì perchè può applicarvisi un gran numero d' uomini insieme, come usasi ne' vascelli per tirar sù l'ancore, alzar le vele, ec. (a').

74. Rapportansi all' *asse nella ruota* anche le ruote dentate co' loro rocchetti. E per trovare il rapporto che passa tra la potenza e la resistenza nel caso d'equilibrio, sia l'asse o sala *RCA* (Fig. 33.) con sopra la corda *AP* a cui si attracchi un peso *P* di $\mathfrak{L}$ 30, e intorno alla sala *RCA* sia annessa la ruota dentata *DBG* tale che il raggio *CB* della ruota stia al raggio *CA* della sala :: 6 : 1. E' chiaro che un peso come 5 sospeso al dente *B* sarà in equilibrio col peso *P* che è come 30. Sia ora il rocchetto *Ei* cui denti ricevan quelli della ruota dentata *DPG*: allora il peso *P* di $\mathfrak{L}$ 30 agisce sul dente *B* con una forza 5; e se supponghiamo che il raggio del rocchetto *EB* stia al raggio *EM* dell' altra ruota armata intorno di leve :: 1 : 5; è chiaro che una potenza 1 applicata all' estremità *M* della leva attaccata alla ruota equilibrerà col peso 5 sospeso al dente *B*, e perciò anche col peso di $\mathfrak{L}$ 30 attaccato all' estremità della corda che attornia la sala *RCA*.

75. *Piano inclinato*. E' questo un piano *AC* che col piano orizzontale *AB* fa un' angolo non retto. Se il corpo *R* sul piano inclinato *AC* è sostenuto dalla potenza *P* nella direzione *PR* (Fig. 34.) parallela ad *AC*, la potenza *P* starà alla resistenza *R*, nel caso d'equilibrio, come l' altezza *EC* del piano inclinato sta alla lunghezza *CA* del medesimo. Poichè tirando *RD* dal centro di gravità del corpo *R* al punto *D* dove il corpo tocca il piano, e da *D* tirando *De* normale sulla linea di direzione *R e G* del corpo *R*, si avrà una leva *RDe* di primo genere, di cui *D* sarà l'ipomoclio e

Vol. I.

(a') A tali macchine riducesi particolarmente il tornio, e quindi tutti i cilindri che in diversi modi con uno o due manichi ad angolo retto si giran comunque per alzar de' pesi, dove nell'atto che la potenza applicata ai manichi fa tutto il gran giro che porta il raggio del manico, il peso si alza ad ogni giro di mano non più di quanto porta la lunghezza di un' intera spira della corda che va avvolgendosi al cilindro.

RD , De saranno i raggi. Potendo supporre applicata la potenza P a un de' capi R della leva, e la resistenza in e , la potenza starà alla resistenza :: $eD : DR$; e però per la simiglianza de' triangoli RDe , ACB si avrà $eD : RD :: BC : AC$. Dal che segue che il piano inclinato è tanto più favorevole alla potenza quant'è minore l'altezza relativamente alla di lui lunghezza. Chi sale un monte si muove per un piano inclinato: il peso del suo corpo è la resistenza, l'azion vitale impiegata a sostenerlo o a farlo muovere è la potenza; non è dunque maraviglia che a ogn'istante consumi egli tanto più di forza e provi tanto più di fatica quanto più ha d'altezza il monte rispettivamente alla sua lunghezza.

76. Che se la potenza O tira il peso R in direzione parallela alla base BA , O starà ad R , per sostenerlo, come CB altezza del piano inclinato starà a BA lunghezza della sua base. Poichè stando tutto come sopra, se si tiri DI normale ad RO si avrà la leva IDe , a cui agiscono la potenza O e il peso R in modo che per fare equilibrio dee essere $O : R :: eD : DI$ ovvero :: $RI : DI$; ma sensimili i triangoli RID , CBA ; dunque $RI : ID :: CB : AB$. Dunque una potenza che per un piano inclinato eleva un corpo agisce con tanto maggior vigore quanto più la sua direzione s'avvicina al parallelismo con la lunghezza del piano.

77. *Cuneo*. Hanno tal nome i corpi tutti di base o di dorso molto grosso con in fondo una punta, onde si può rappresentar con un prisma triangolare: è impiegato a tagliare, a separare, a fendere, a spaccare e sollevare altri corpi; ed è di due sorti *semplice e doppio*. Il semplice è per lo più rappresentato per un profilo triangolare come il triangolo rettangolo ACB (Fig. 35.) la di cui base AB è l'altezza del cuneo, BC il di lui dorso o base, AC la lunghezza: mentre il doppio come ACD è composto di due prismi (Fig. 36.) ACE , AED uniti insieme secondo la loro altezza AE . Le potenze per fargli agire non son talora che semplici pressioni, come quando taglio del pane con un coltello non fo che premere; e spesso si impiega il colpo per farlo muovere come appunto si batte sul dorso del cuneo con un martello, si taglia il legno a colpi d'ascia ec.

78. Fra i corpi che fra di lor si separan col cuneo, gli uni si fendono a proporzione che il cuneo s'avanza, in altri s'avanza la spaccatura prima che giungavi il cuneo. Nel primo caso per aver equilibrio fra la potenza e la resistenza dee la prima stare alla seconda come la base del cuneo sta alla sua altezza. Dalla coesion delle parti nascendo la resistenza contro il taglio del cuneo, ed essendo essa prodotta dall'attrazione, è lo stesso che se le parti fossero premute da un peso, e però in vece di considerar la coesion delle parti possiam concepirle come premute da un peso che sarà la resistenza. Ora se un cuneo semplice vien ficcato nel legno fino al livello della sua base, le parti del legno prima contigue hanno sofferto un allontanamento eguale alla base del cuneo; dunque la resistenza ha percorso uno spazio rappresentato dalla base del cuneo, mentre quello che ha percorso la potenza nel tempo stesso è rappresentato dalla sua altezza; onde la base del cuneo rappresenta la velocità della resistenza e la di lui altezza quella della potenza, e nell'equilibrio la potenza sta alla resistenza come la base del cuneo sta alla sua altezza. Una tal legge d'equilibrio è la stessa per i due cunei semplici componenti il doppio, e però nel cuneo doppio la potenza sta alla resistenza come la base del cuneo doppio sta al doppio della sua altezza. Dunque supposte le altre cose eguali, il cuneo è tanto più favorevole alla potenza quanto più stretta è la base: i coltelli, i puntaroli, gli spilli, le ascie, le spade, i chiodi, gli stiletti ec. son cunei tanto più facili a penetrar ne' corpi di cui vogliasi separare le parti, quanto più sono acuti. La natura poi de' corpi, la lor conformazione e figura ec. ha tale influenza sulla varia tenacità delle parti che varia ancor rende la resistenza da vincersi dal cuneo, e di più tal difficoltà si trova in determinar la quantità dello sforzo del colpo per avanzare il cuneo, che non dee recar maraviglia l'esser tra loro i Fisici discordi nei risultati dell'esperienze tentate all'oggetto di confermar questa legge d'equilibrio.

E quì per tenerci ne' limiti d' un trattato elementare lasceremo di parlar dell' intensità d' una potenza agente

sul dorso del cuneo nel caso che gli preceda la spaccatura. (b')

29. *Vite*. E' essa composta di due parti che debbon girare l'una nell'altra, 1.^o della *vite*, che è un cilindro retto (Fig. 37.) CDEF con intorno una *spirale* o *pane* sporta in fuori, aderente e avvoltata alla superficie del cilindro in modo che l'intervallo AB detto *passo della vite* fra due rivoluzioni consecutive della spirale sia costantemente lo stesso; 2.^o della *chiocciola* MN, che è un solido la cui superficie concava è rivestita d'un'altra spirale sporta in fuori, aderente ad essa e piegata in modo che esattamente riempie gl'intervalli che lascian fra loro le spire della vite. Benchè la vite possa usarsi ad alzar de' pesi, pure l'uso ordinario è di applicarla ad esercitar delle grandi pressioni. La di lei *testa* è sempre armata di una leva al cui capo si applica la potenza, come è la morsa d'un magnano la cui vite si muova girando nella sua chiocciola per mezzo d'una caviglia di ferro che attraversa la testa della vite. In questa macchina in cui la leva non apparisce, la testa della vite è più grossa del cilindro su cui è rilevata, il qual'eccesso di grossezza forma una specie di leva a cui s'applica la potenza.

Ora se una potenza giri una vite in un'altra che le serve di chiocciola in direzione parallela alla base, la *potenza sta alla resistenza* o al peso posato sulla testa della vite e che dee muoversi, *come la distanza di due spire della vite sta alla circonferenza del circolo percorso dal punto della leva a cui si applica la potenza*. Poichè nel tempo, che la potenza impiega a percorrere la circonferenza del circolo il cui raggio è la leva, la resistenza percorre uno spazio eguale all'intervallo di due spire della vite: dunque la velocità della potenza è rappresentata dalla circonferenza del circolo percorso, mentre l'intervallo che trovasi fra due spire della vite rappresenta la velocità della resistenza. Per espressione delle forze, da un lato abbiain la potenza moltiplicata per la circonferenza del circolo che essa percorre, e dall'altro abbiain

(b') V. S'Gravesand Elementi di Fisica I. t. c. 14. A.

la resistenza moltiplicata per uno spazio eguale all'intervallo che trovasi fra due spire della vite; i quali prodotti nell'equilibrio essendo eguali, danno i fattori in ragion reciproca; ciò che ec.

Si osservi intanto 1.° che quando la potenza eguaglia la resistenza in una macchina qualunque, per poco che si aumenti l'intensità della potenza resta vinta la resistenza se la macchina non provi attrito, il quale essendovi dee esser dalla potenza superato. Questo se è considerabile in certe macchine, lo è specialmente nella vite; ed è infatti l'attrito che fa restar la vite nella sua situazione senza ritornar per un moto retrogrado nel suo stato primiero, benchè vi sia sollecitata o dalla forza elastica de' corpi premuti o dalla gravità de' pesi elevati quando la potenza cessa d'agire. 2.° Che quanto più in una macchina guadagna la potenza per parte della forza, tanto più ella perde per parte del tempo; il che giova nel caso di poter dispor del tempo a piacere ed avere una forza limitata. Che se la necessità porta di dover avere una gran velocità, si può essa ottenere con applicar la potenza alla più piccola distanza dal punto d'appoggio: nella possibilità appunto di crescer secondo il bisogno la massa o lo velocità de' corpi da muoversi consiste il vantaggio principal delle macchine.

80. *Macchine composte.* Nascono esse dalla riunione di più macchine semplici, e s'impiegano quando una semplice è insufficiente per una potenza. Senz'altro determiniamone la legge d'equilibrio.

In una macchina composta il rapporto della potenza alla resistenza cui s'equilibra è composto di tutti i rapporti che avrebbero luogo separatamente in ogni macchina semplice. Infatti si dispongano tre leve di primo genere (Fig 33.) ab, ab, ab mobili su i loro ipomocli s in modo che ogni braccio as sia 4 volte più piccolo dell'opposto sb e che il moto d'una di esse determini quello ancora dell'altre. Suspendasi poi un peso P di $\mathfrak{L}$ 1 al capo b della terza leva; mentre sospeso sia il peso R di $\mathfrak{L}$ 64 al capo a della prima leva, la più vicina all'ipomoclio. In tal caso $P(=1)$ è in equilibrio con $R(=64)$; ed eccone la ragione. Il peso $R(=64)$ posto

alla distanza 1 dall'ipomoclio equilibrerebbe con un peso 16 posto alla distanza 4 dal medesimo ipomoclio (§. 62.) dovendosi avere in questo caso $64:16::4:1$: perciò il capo *b* della prima leva sostiene uno sforzo come 16 ed agisce sul capo *a* della seconda con una forza come 16; il capo *b* della seconda a una distanza dall'ipomoclio 4 volte più grande di quella del capo *a* sostiene uno sforzo come 4 ed agisce come 4 sul capo *a* della terza; la distanza di questo capo *a* dall'ipomoclio essendo 4 volte più piccola di quella dell'altro capo *b* dal medesimo ipomoclio, il capo *b* non regge che uno sforzo come 1; e però un peso come 1 sospeso a questo capo della terza leva si equilibra con un peso come 64 sospeso al capo *c* della prima leva: in somma nella prima leva il rapporto della potenza al peso è :: 1:4, nella seconda :: 1:4, e nella terza :: 1:4; dunque il rapporto composto è :: 1.1.1:4.4.4::1:64.

Abbiasi un sistema di quattro puleggie (Fig. 39.) A, B, C, D, di cui la sola D sia fissa movendosi le A, B, C separatamente e ciascuna con la propria corda. Il peso P di 8 attaccato alla corda della puleggia fissa D s'equilibra col peso R di 8 sospeso all'inferiore A: nel qual caso 60 grammi (2 oncie) ne reggono 480 (16 oncie). Nella puleggia mobile sta la potenza al peso :: 1:2 (§. 71.); dunque la potenza che sosterrrebbe il capo *b* della corda della puleggia inferiore A non dovrebbe sostenere che la metà del peso; la puleggia B a cui è attaccata questa corda non sostiene che la metà di R; ed essendo la puleggia C disposta rapporto a B come B lo è rapporto ad A, la C non sostiene che $\frac{1}{4}$ di R; e parimente la puleggia D o sia la potenza P agente al capo della corda di D non sostiene che $\frac{1}{8}$ di R: in somma la potenza al peso sta per la 1.^a puleggia :: 1:2, per la 2.^a :: 1:2, e per la 3.^a :: 1:2, il cui rapporto composto è :: 1:8 (*c'*).

(*c'*) Le ruote dentate per l'uso giornaliero che ne facciamo, come in un sistema qualunque di ruote dentate e di rocchetti, nel *Bindolo* ec. ci danno il mezzo di fare un'applicazione generale di questa teoria. Infatti posto che in una macchina composta di due ruote del raggio *d, d'*, sia D la lunghezza del di lei raggio o ma-

A differenza della teorica ora data, nella pratica si merita in calcolo come elemento necessario nella valutazione della resistenza anche il peso delle puleggie, avvertendo di più che le corde di esse sian fra loro parallele.

81. Benchè sia utilissima una tal disposizione di puleggie mobili, tuttavia di rado mettesi in uso perchè per far percorrere alla 1.^a A un certo spazio bisogna che la 2.^a ne faccia il doppio, la 3.^a il quadruplo ec. il che esige troppo posto, onde usasi un'altra specie di puleggie chiamate *taglie*, cioè un sistema di puleggie riunite nel medesimo sostegno (Fig. 40.) o infilzate nel medesimo asse (Fig. 41.). Ancor quì s'impiega una taglia fissa e una mobile, e tutte le puleggie di una taglia son abbracciate dalla corda stessa, di cui un capo è attaccato a una delle due taglie mentre la potenza agisce all'altro capo e la resistenza è appesa al sostegno della taglia mobile. Intanto si posson dare alle puleggie differenti diametri ma si debbon metter le corde tutte in parallelismo fra loro (Fig. 40.). Se questo sistema pure richiede gran posto, nell'altro (Fig. 41.) benchè le puleggie vi sian ridotte ad un volume più piccolo e comodo, tuttavia non son parallele le corde dei due lati, sebbene si considerin per tali quando è un poco considerabile la distanza della taglia superiore dall'inferiore.

Ora l'esperienza ci fa vedere che un peso di 60 grammi appeso al capo della corda della taglia fissa (Fig. 40.)

nubrio, e sia R il raggio del di lei timpano, e r, r' i raggi de' timpani delle due ruote, e sia E l'effetto del manubrio della macchina col suo timpano per mezzo della potenza p , ed e l'effetto della 1.^a ruota col suo timpano, il peso $P = x$ sarà l'effetto della 2.^a ruota e del suo timpano. Perciò si avrà $p:E::R:D, E:e::r:d, e:P::r':d'$; onde componendo sarà $pEe:EeP::Rrr':Ddd'::p:P$. Quindi è che quanto più piccoli saranno i timpani delle ruote tanto più grande sarà l'effetto della macchina: poichè se $D=10, d=12, d'=15, R=2, r=3=r', e p=\omega 50$, si avrà $P=\omega 5000$; e se $D=15, d=18, d'=20, R=1, r=\frac{3}{2}, r'=2$, si avrà $P=\omega 90000$. (V. le Istituzioni Meccaniche del P. G. Grandi prop. 19 e 20, e de-la Caille Lect. Mechan. n. 294 e segg.)

s' equilibra con un peso di 360 grammi sospeso al sostegno della taglia mobile: si riguardi però sempre come parte della resistenza il peso della taglia mobile. Dal che si vede che nelle taglie la potenza sta alla resistenza come l'unità al numero delle corde delle puleggie appartenenti alla taglia mobile.

Ma perchè impiegando una taglia di tre puleggie mobili il rapporto della potenza alla resistenza è minore di quando si fa uso di tre puleggie mobili separatamente montate in sostegni particolari? Per poco che ci si rifletta si conoscerà la ragione di questa differenza. Per la taglia non può sussistere equilibrio se non abbia luogo per ciascuna delle puleggie che la compongono, e se le due parti della corda d'ogni puleggia non sian tese egualmente; la somma delle quali tensioni equilibra la resistenza, o sia la tensione di una di queste corde moltiplicate per il loro numero è eguale alla resistenza, cioè la tensione di una di esse o la potenza eguaglia la resistenza divisa per il numero delle corde che vanno da una taglia all'altra; e però nel nostro caso in cui la taglia è composta di tre puleggie mobili, la potenza sta alla resistenza:: 1:6: il che non succede in un sistema di puleggie mobili ognuna di esse isolata sul suo sostegno particolare, giacchè allora la tension delle corde va scemando dalla prima cui è affisso il peso, fino all'ultima, stando gli scemamenti nella progression geometrica di 3:4:2:1 come nelle tre puleggie mobili di sopra vedute (§.anteced.).

82. Una ruota dentata può esser messa in moto da una vite che chiamasi allora *vite perpetua*. A tal fine dando alla vite un'altezza (Fig. 42.) di passi DE eguale a una delle divisioni della ruota, si pone la vite in modo che il suo asse sia nel pian della ruota e la sua spirale ingrani nei denti. Facendo ora che una potenza Q giri la vite sul suo asse con una manovella FG, la spirale ingranando i denti che si succedon via via, fa girar la ruota malgrado la resistenza P che si oppone al suo moto. Con tal macchina si han grandissimi effetti con tenue potenza, perchè a ogni rivoluzion della ruota ce ne voglion tante della vite quanti denti son nella ruota: onde a questa aggiungendo altra ruo-

ta dentata si potrà superare una resistenza anche più considerabile.

83. Aggiungendo poi ai verricelli delle puleggie, tal riunione fa nascere una macchina favorevolissima alla potenza chiamata *Grua*. Dalla legge già stabilita per tutte le macchine composte (§. 80.) con l'ultima facilità si deduce il rapporto della potenza alla resistenza anche in questa macchina.

84. *Attrito*. Al solo considerar col microscopio il corpo il più liscio non ve n'è alcuno la cui superficie non presenti all'osservatore una gran moltitudine di piccole prominenze e cavità, per cui posando due corpi l'un sopra l'altro le parti prominenti dell'uno incastrano nelle cavità dell'altro, e sicchè volendogli far muover l'un sopra l'altro, queste ineguaglianze urtandosi mettono ostacolo al moto. Tale ostacolo si chiama *attrito*. Ora si può far percorrere a un corpo la superficie d'un altro 1.^o applicando successivamente le medesime parti dell'uno alle differenti dell'altro, come quando si fa strisciare un libro sopra un tavolino, o si fa girare una vite nella sua chiocciola, attrito detto *attrito di prima specie o de' corpi striscianti*: 2.^o facendo successivamente toccare le differenti parti di una superficie alle differenti d'un'altra, come quando si fa girare una palla su un biliardo, attrito detto *di seconda specie o de' corpi che rotolano o girano*. Il 1.^o spesso rompe le piccole prominenze che formano l'ineguaglianza delle superficie, per il che i nostri abiti, mobili ec. insensibilmente si logorano e si consumano; i coltelli, le ascie, i rasoj perdono il filo del taglio; il bombero dell'aratro si smussa squarciando il sen della terra; le pietre le più dure si alterano per il continuo rotolio ne' torrenti; e il marmo che abbellisce le nostre Chiese con l'andar del tempo si assottiglia. Nel 2.^o le prominenze d'un corpo incastrate nelle cavità dell'altro si abbandonano press'a poco nel modo con cui i denti di due ruote d'orologio si distrigano fra loro girando l'una sull'altra.

85. Finora hanno fatto i Fisici degli inutili sforzi per valutare esattamente gli attriti, giacchè la diversità delle parti che compongono i solidi, la maggiore o minor coesio-

ne di esse, la differenza fra le prominenze e le cavità delle superficie de' differenti corpi ostano fortemente alla scoperta di una legge generale anche per questi. Basti il dire che, poste le altre cose eguali, tanto è maggiore l'attrito quanto maggiore è il numero delle scabrosità seminate sulla superficie de' corpi, onde *cresce la resistenza a proporzione che scema la levigatura di superficie e viceversa.*

86. Tal resistenza dipende ancora dalla natura dell'attrito, giacchè in parità di circostanze quello de' corpi che rotolano è assai minore di quello de' corpi che strisciano, come prova la macchina di Desaguillers (Fig. 43). Questa macchina è principalmente composta di quattro cerchj 1, 2, 3, 4 sospesi da pernj sottilissimi su due doppie basi o sostegni Pp, Pp ; di un quinto cerchio C più grande dei primi il di cui asse DE va a terminare in due pernj d'acciaio che scorrono e girano in due viti Q, Q forate per il lungo o sulle due intersezioni dei quattro cerchj laterali; di una molla spirale fissata da un lato a uno de' sostegni e dall'altro all'asse del cerchio C , la quale lo fa girar ne' due versi contandosi intanto la durata del di lui rivolgimento dal numero delle vibrazioni della spirale; e finalmente d'un pilastro o pezzo R che va a posare sull'asse del cerchio C , sull'alto del qual pilastro si muovono per mezzo d'una specie di cerniera due bastoncini di metallo dell'istesso peso e dimensione cd, ef tali che possan riposare insieme sull'asse DE ; si può impedire che il primo cd non vi riposi per mezzo d'una vite g che attraversi il bastoncino ef avanzandola in modo da sostenere il bastoncino cd : h ed i son due (d') pesi eguali da sospendersi se bisogni alle estremità de' due bastoncini: V poi è un altro pilastro all'alto del quale è posta la leva mobile b , che per essere obbligata per il disotto ad una delle traverse o raggi del cerchio C gl'impedisce di ritornare indietro quando è tesa la spirale.

Ora sul bel principio si mettono i pernj del gran cerchio C nei buchi delle viti Q, Q , e poi si fan riposare sulle in-

(d') L'oggetto di questi pesi è l'aumentar la pressione sull'asse.

tersezioni de' cerchj (*e'*); nei quali due casi si osservi che sia la spirale tesa egualmente. Lasciata che si è libera la spirale, se nel 1.^o caso si contan 30 o 35 vibrazioni prima che il moto cessi interamente, nel 2.^o caso se ne contan circa 400, ognuna delle quali dura quasi 1". Quando i pernj girano nelle viti forate si ha lo sfregamento della prima specie (§ 85.) mentre tutta la lor superficie passa successivamente sulla parte inferiore d'ognuno de' fori. Quando al contrario questi medesimi pernj fan girare col lor movimento i cerchj che gli portano, si ha lo sfregamento della seconda specie (§ 85) mentre allora la circonferenza degli uni non fa altro che svilupparsi sopra quella degli altri; la parte che ha toccato non tocca più nell'istante che segue, • quella che la precede gli serve di punto d'appoggio per disimpegnarsi secondo una direzion favorevole. E perciò quando si teme che un legno non si precipiti in una gran scesa s'impedisce alle ruote il girar sul loro asse, onde allora i medesimi punti della circonferenza strisciando successivamente su i differenti punti del terreno, si ha uno sfregamento della prima specie che opportunamente resiste al moto del legno; mentre non è così quando ogni ruota gira sulla sua sala, perchè il suo sfregamento, quanto alla circonferenza, è della seconda specie, onde il suo moto già assai libero lo sarebbe ancor troppo se avesse inoltre in favore un pendio troppo ripido.

87. In parità di circostanze lo sfregamento cresce se si fa crescer la superficie confricante. Infatti lasciati i pernj del gran cerchio sulle intersezioni de' quattro piccoli cerchj e tesa la spirale al grado stesso d'or ora (§. anteced.), si faccian cadere sull'asse DE i due bastoncini *cd*, *ef* in modo, che sulle prime vi sfregghj sopra uno solo di essi e poi ambedue insieme senza però aumentare il peso: se nel 1.^o caso in cui lo sfregamento si fa con una sola superficie si contano 40 vibrazioni, nel 2.^o in cui la superficie confricante è raddoppiata se ne contan soltanto 29. Ciò prova ancora che

(*e'*) Qui non si carica l'asse del pezzo R.

in eguali circostanze non solo cresce l'attrito col far crescer la superficie confricante, ma di più che quest'aumento d'attrito non è proporzionale all'aumento delle superficie (f').

88. Parimente in eguali circostanze aumenta l'attrito all'aumento delle pressioni. Poichè stando tutto come nel §. anteced. si lasci prima sfregar sull'asse DE il solo bastoncino cd attaccandovi un de' pesi h o i , e poi si conduca sull'asse l'altro ef caricato pure dell'altro peso: quì la pressione divien doppia, e intanto si osserva che il numero delle vibrazioni è quasi un terzo minore di prima; il che giustifica l'uso di valutar l'attrito per il terzo della pressione.

89. Anche la velocità delle superficie confricanti è un elemento della valutazione della resistenza prodotta dall'attrito. In parità di cose quanto maggiore si è la velocità tanto maggiore spazio percorre nel tempo stesso la superficie confricante; onde le sue parti salienti s' impegnano in un maggior numero di cavità, e però all' aumento della velocità aumenta ancora la resistenza cagionata dall'attrito.

90. Tutto ciò ci fa concludere che l'attrito varia secondo 1.° la levigatura della superficie 2.° le pressioni 3.° le superficie 4.° le velocità 5.° la natura dell'attrito.

91. Musschenbrock con un gran numero d'esperienze fatte con una macchina da lui chiamata *tribometro* ha provato che, tutte le altre cose essendo eguali, due corpi omogenei spesso soffron più attrito di due corpi differenti. E Camus dalle proprie esperienze ha concluso che negli attriti si trova una differenza che è prodotta dalla natura degli intonachi e che varia in ragion delle sostanze confricanti. Ma siam debitori a Coulomb d' una lunga serie d'esperienze

(f') Dal non essere appunto l'attrito in ragion della superficie, ma bensì in ragion della pressione, supposte eguali tutte le altre cose, dipende il non corrispondere spesso l'effetto d'una macchina in grande all'effetto che si aveva dalla medesima in piccolo non ostante le opportune proporzioni fra i pezzi della macchina piccola e quelli della grande per valutarne gli attriti. Non si lasci di leggere sopra ciò Bossut (Mecan. T. 1. c. 4. sez. 1.)

ben fatte su tal materia che ci dispiace di dover tralasciare in un'opera elementare (g') e di cui diamo qui solo i risultati. 1.^o L'attrito de' legni striscianti a secco sul legno oppone dopo un tempo sufficiente di riposo (h') una resistenza proporzionale alle pressioni, la quale ne' primi istanti del riposo aumenta sensibilmente, ma dopo pochi minuti per lo più giunge al suo limite o *maximum*. 2.^o L'attrito è del pari proporzionale alle pressioni quando i legni strisciano a secco sopra altri legni con una velocità qualunque, ma la sua intensità è molto minor di quella che provasi nel separarne le superficie dopo alcuni momenti di riposo; per es. si trova che la forza necessaria per separare e fare scorrer l'una sopra l'altra due superficie di quercia dopo alcuni momenti di riposo sta alla forza necessaria per vincer l'attrito, quando già le superficie hanno un grado qualunque di velocità, quasi :: 9:2. 3.^o Anzi è anche proporzionale alle pressioni l'attrito de' metalli che scorrono su dei metalli senza incamiciatura, ma la sua intensità è la stessa o che dopo un tempo qualunque di riposo se ne voglia separar le superficie o che si voglia conservare una velocità uniforme qualunque. 4.^o Le superficie eterogenee (i') come i legni e i metalli strofinando l'una sull'altra senza intonacatura danno per la valutazione del loro attrito dei risultati molto differenti dai precedenti, poichè l'intensità del loro attrito relativamente al tempo di riposo (k') cresce lentamente e non giunge talora

(g') V. T. 10. des Savans étrangers. A.

(h') Cioè dopo che i due legni sono stati per qualche tempo in riposo l'uno sull'altro, mentre dopo 1" di riposo la resistenza dell'attrito è minore che dopo uno in due minuti primi, nel qual tempo è giunta al suo *maximum*, come provò Coulomb.

(i') L'esperienza ci dice che, tutto il resto essendo eguale, l'attrito delle materie omogenee, per es. dell'ottone contro l'ottone, è maggior di quello delle eterogenee, per es. dell'ottone contro il ferro, perchè essendo le superficie delle prime similmente sparse di punte e di cavità, le punte s'incastano più addentro nelle cavità onde più immediato ne è il contatto delle superficie, al contrario delle materie eterogenee in cui succede l'opposto.

(k') Infatti si osserva che facendo star due superficie eterogenee l'una sopra l'altra durante qualche tempo il loro attrito è maggior di quello che soffrivano ne' primi istanti.

al suo limite che dopo quattro in cinque giorni e qualche volta di più, laddove ne' metalli vi giunge in un istante e nel legno in alcuni minuti. Oltre di che un tale accrescimento è sì lento che la resistenza dell'attrito nelle velocità insensibili è quasi la stessa di quella che si supera nello smuovere o separar le superficie dopo 3" in 4" di riposo. Nè questo è tutto; nei legni senza inverniciatura che strisciano sopra altri legni e ne' metalli che scorrono sopra altri metalli la velocità influisce pochissimo sugli attriti: ma qui (l') gli attriti crescono sensibilissimamente a misura che si aumentano le velocità, cosicchè l'attrito cresce quasi in progressione aritmetica quando le velocità crescono in progressione geometrica. Perciò si diminuisce la resistenza che fa nascer l'attrito incamiciando le superficie di qualche materia grassa o fluida; si stropiccia del sapone alle estremità d'una scatola il cui coperchio tien troppo; si mette dell'olio alle cerniere per facilitarne l'andamento; si unge con del grasso il mozzo delle ruote al di dentro: questi son tanti mezzi da riempire le ineguaglianze più grandi delle superficie onde siano più atte a scorrer l'una sull'altra. Che anzi le molecole di tali fluidi interposti cangiano specie all'attrito, giacchè la loro forma sferica gli fa rotolar facilmente fra le superficie che loro servon di comune veicolo, e così cangia l'attrito de' corpi striscianti in attrito de' corpi che rotolano.

92. *Rigidezza delle corde.* Le corde son corpi lunghi e flessibili talora semplici ma per lo più composti di più cordoni formati da una moltitudine di fili di canapa torti più o meno dal funaiolo. Esse son indispensabili nelle macchine come nella puleggia, nel verricello, nell'argano ec.; ma intanto la lor rigidezza è un nuovo elemento per il calcolo della valutazione della resistenza, perchè più che una corda è rigida più resiste alla forza che tende a piegarla sopra un

(l') Cioè nel caso proposto qui sopra, vale a dire quando due superficie eterogenee striscian l'una sull'altra, per es. una di ottone sopra un'altra di legno.

cilindro onde esige per parte della potenza un maggiore sforzo da non mai trascurarsi nella pratica.

93. Amontons fece su tal soggetto delle numerose esperienze, le quali se non lo condussero a risultati molto soddisfacenti ci obbligano a saperne buon grado a questo Fisico che il primo ruppe questa strada; vi si occupò dipoi Desaguillers con maggiore esattezza; qui si vedranno i risultati d'ambidue dopo avere accennato la maniera da loro usata nel far simili esperienze. Alle estremità inferiori delle due corde Rr, Rr (Fig. 44.) lontane l'una dall'altra 8^{pol.} in circa e attaccate ai due punti fissi R, R è situato un piatto S dove riposa il peso P per distender le corde, avvoltate che siano per una volta intorno al cilindro Cc lungo 1^{P.} in circa, il quale è involuppato da una corda m per sospendervi un recipiente qualunque G da caricarsi di pesi finchè il cilindro Cc non sia tirato a basso da essi.

Tavola de' risultati avuti da Amontons (m') e da Desaguillers impiegando cilindri e corde di differenti diametri caricate di differenti pesi.

AMONTONS						
Pesi retti dalle corde espressi in kilogr.	Resistenza delle corde intorno a un cilindro di			Rapporto di groscezza delle corde		
	16 millim.	32 millim.	48 millim.			
29,34	{ 135	{ 114	{ 90	{ 3		
	{ 90	{ 76	{ 60	{ 2		
	{ 45	{ 38	{ 30	{ 1		
19,56	{ 90	{ 76	{ 60	{ 3		
	{ 60	{ 50,6	{ 40	{ 2		
	{ 30	{ 25,3	{ 20	{ 1		
9,78	{ 45	{ 38	{ 30	{ 3		
	{ 30	{ 25,5	{ 20	{ 2		
	{ 15	{ 12,6	{ 10	{ 1		

DESAGUILLERS						
29,34	{ 225	{ 112,5	{ 75	{ 5		
	{ 90	{ 45	{ 30	{ 2		
	{ 45	{ 22,5	{ 15	{ 1		
19,56	{ 150	{ 75	{ 50	{ 5		
	{ 60	{ 30	{ 20	{ 2		
	{ 30	{ 15	{ 10	{ 1		
9,78	{ 75	{ 37	{ 25	{ 5		
	{ 30	{ 15	{ 15	{ 2		
	{ 15	{ 7,5	{ 5	{ 1		

(m') V. Mem. de l'Acad. Roy. de Paris 1699, e Desaguillers Cours de Physique experimentale T. 1.

Sebbene ambedue concludessero da tutto questo che la resistenza delle corde è proporzionale ai pesi e al proprio diametro, pure Amontons concluse inoltre che essa cresce in ragion del diametro del cilindro ma nel rapporto determinato di 6, 5, 4, 3 per cilindri di 1, 2, 3, 4: laddove Desaguilliers concluse che essa cresce in ragion inversa de' diametri de' cilindri.

94. Con la stessa macchina di Amontons e con un cilindro mobile su un piano Coulomb (*n'*) ha fatto sullo stesso soggetto un gran numero d'esperienze dalle quali ha rilevato che nella pratica in tutte le macchine di rotazione il rapporto della pressione all'attrito può sempre prendersi per costante, e che la velocità per avervi pochissima influenza non merita d'esser considerata, e che la resistenza da vincersi per piegare una corda sopra una ruota o cilindro può

representarsi per la formula $\frac{a k}{R} + \frac{b k}{R} Q$ composta di due

termini il primo de' quali è una quantità costante indipendente dalla tensione e dalla forza, dove a è una quantità costante determinata dall'esperienza, k^m una potenza del diametro della corda, R il raggio della ruota; e nel secondo termine b è una quantità costante, k^m è con poca differenza la potenza stessa del diametro della stessa corda, Q è la tension della corda: nelle corde a 5 o 6 fili e più $m = 2$, e nelle corde mezz'usate $m = \frac{3}{2}$. (*o'*)

(*n'*) Mem. des Savans etrangers T. 10. A.

(*o'*) Se l'esperienze fatte da Amontons e ripetute da Desaguilliers furon fatte in piccolo, Coulomb le fece in grande con funi a tre cordicelle composte di varj fili ridotti nella torcitura a $\frac{1}{3}$ della lor primitiva lunghezza cioè la 1.^a fune di 6 fili o di 3 cordicelle di 2 fili l'una e della circonferenza di $12\frac{1}{2}^l$, la 2.^a di 15 fili o di 3 cordicelle di 5 fili l'una e della circonferenza di 20^l , la 3.^a di 30 fili o di 3 cordicelle di 10 fili l'una e della circonferenza di 28^l . Ecco la Tavola delle forze necessarie per piegar queste corde intorno a cilindri di varj diametri, dove la prima colonna segna il peso posto sul piatto S che indica la tension delle corde, e le altre colonne

Vol. I.

f

95. Di più Coulomb cercando di determinar con le esperienze quanto potessero influire le corde sulla resistenza a

segnano il peso del recipiente G nell'istante che comincia a scendere il cilindro Cc ,

Pesi che tendono le corde in $\mathcal{E}$ fr.	Corda 1. ^a di 6 fili		Corda 2. ^a di 15 fili			Corda 3. ^a di 30 fili	
	Diam. del cil.		Diametro del cilindro			Diam. del cil.	
	1. pol.	2. pol.	1. pol.	2. pol.	4. pol.	2. pol.	4. pol.
$\mathcal{E}$ 25	$\mathcal{E}$ 2	$\mathcal{E}$ *	$\mathcal{E}$ 7	$\mathcal{E}$ 3,2	$\mathcal{E}$ 1,7	$\mathcal{E}$ 11	$\mathcal{E}$ 5
125	11	4	22	9	5	21	8,5
225	17	6,5	30	17	7	29	14
425	31	12	65	31	13	47	23
625	43	15	92	41	16,7	67	31

Per la pratica bastan tali esperienze per farci concludere che sotto grandi tensioni cioè nel caso di dover le corde sostener grossi pesi o usar gravi sforzi, le forze necessarie per piegarle intorno a ruote o a rocchetti o a cilindri o a puleggie son quasi nella ragion composta della diretta delle tensioni delle corde e dell'inversa del diametro delle ruote. Di quì anche rilevasi che le forze necessarie per piegar le corde intorno alle ruote crescon per le piccole ruote in un rapporto maggior di quello secondo il quale scema il lor diametro, al contrario di quando il diametro delle ruote è molto grande rispetto a quel delle corde come per lo più segue nella pratica.

Che se le corde abbian la stessa ruota e tensione, le dette forze son quasi come il quadrato de' lor diametri; poichè se si paragonan le dette 3 corde piegate intorno a una ruota di 4.^{pol.} e tese da un peso di $\mathcal{E}$ 625 si avrà per le forze che piegan le corde per la 1.^a $\mathcal{E}$ 7, 2, per la 2.^a $\mathcal{E}$ 16, 7, per la 3.^a $\mathcal{E}$ 31; onde supposto che in tal caso le forze che piegan le corde sian come una potenza m del lor diametro si avrà paragonando il risultato della 1.^a con quel della

$$2.^a 31 : 7, 2 :: 28^m : (12 \frac{1}{2})^m, \text{ e però } m = \frac{L_{310} - L_{72}}{L_{56} - L_{25}} = 1,8 = 2$$

e del pari paragonando la 1.^a con la 2.^a si avrà $m = \dots 1,7 = 2$ e alfine paragonando la 2.^a con la 3.^a si avrà $m = \dots 1,8 = 2$

ragion della loro umidità o aridità, dice solo che le corde aride prendono un andamento diverso dalle umide.

cioè le dette forze sono prossimamente come il quadrato del diametro delle corde essendo allora $31:7, 2::28^2:(12\frac{1}{2})^2$. Si osservi che sebbene il valor di m non sia lo stesso in tutte le specie di corde mentre anche per le corde di una stessa fabbrica dipende dall'esser esse più o meno usate e flessibili, pure benchè il diametro loro diminuisca a misura del maggior uso, è sempre $m > 1,4$, onde si può senza error sensibile valutare $m = 1\frac{1}{2}$ nelle corde usate.

Perciò per fissare una regola sicura per la pratica, la forza occupata a piegar una fune 1.^o per una fune grossa, se è nuova, è proporzionale al quadrato del diametro della fune; se è usata, è proporzionale alla potenza $\frac{3}{2}$ del diametro della fune, come mostrano l'esperienze di Coulomb: 2.^o per una fune sottilina è proporzionale al semplice diametro, come provarono Amontons e Desaguilliers.

Ma ora nell'esaminar la colonna 3.^a della Tavola si vede che per la corda di 30 fili e per il cilindro di 2^{pol.} di diametro con una tensione di 25 bisognano 11 per fare scendere il cilindro, mentre con una tensione di 625 bisognano 67; dunque per la tensione di 600 ci vorranno 56 essendo $625 - 25 = 600$ e $67 - 11 = 56$, e però per 100 ci vorranno 9,3 essendo $600:56::100:x=9,3$, e 2,3 per 25; quando per 25 la tavola suddetta fatta sull'esperienza dà 11 per vincer la rigidità della corda, cioè 8,7 di più che non dovevano aversi: e intanto se noi contiamo su una forza di 11 per una tension di 25 e calcoliamo per tutti gli altri gradi di tensione 9,3 per ogni centinaio, si hanno per valutazioni delle forze necessarie a piegar le corde quasi gli stessi risultati avuti di sopra come si può vedere dalla tavoletta seguente dove la 1.^a colonna è data dall'esperienza e la 2.^a dal calcolo.

Corda di 30 fili intorno a un cilindro di 2 pol.		
Tensione	Esperienza	Teoria calcolata
25	11	11
125	21	20,3
225	29	29,6
425	47	48,2
625	67	67

96. Del resto la principal causa della rigidezza delle corde è la torcitura che si dà ai fili dei cordoni che le compongono, sebbene sia utilissimo il torcerli insieme, perchè non avendo tutti i fili o cordoni componenti una corda lo

Da tutte queste osservazioni dunque rilevasi che le forze necessarie per piegare una fune intorno a un cilindro son rappresentate da due termini, il primo costante e l'altro proporzionale al peso che tende la fune: il termine costante dipende dal grado di tensione e di torcitura data dal funaiolo alla corda, giacchè nella formazione di essa ad ogni filo dopo essere stato teso con un dato grado di forza vien conservato lo stesso grado di tensione dall'orditura della corda per mezzo di cui i fili son ritenuti stretti e serrati dal loro attrito medesimo; onde in una fune che regge un peso, ogni filo non solo è teso dal carico che regge ma di più è teso dal grado di tensione avuta nell'orditura della fune: quindi è che se le forze necessarie per piegare una fune son proporzionali alle tensioni, saran proporzionali ad una quantità costante con più il peso di cui è caricata la fune, quantità costante che nelle funi nuove a 3 cordelle con sufficiente esattezza segue il rapporto de' diametri delle funi, e nelle usate, per lo stendersi che vi fanno i fili, diminuisce, egli è vero, ma sì poco che una tal diminuzione si può nella pratica non valutarla. Oltre di che questa quantità costante scema anche in ragion del diametro de' cilindri. Perciò si esprimerà la rigidezza della fune o la forza F necessaria per piegare una

fune con l'espressione $\frac{k^m}{R} (a + bQ)$, dove k è il diametro della

fune, m è una di lui potenza variabile secondo la varia flessibilità della fune essendo prossimamente per le funi nuove $m = 2$ e per l'usate $m = \frac{3}{2}$, R è il diametro della ruota intorno a cui s'avvolge la fune, Q è la di lei tensione determinata dal peso da essa sostenuto, a, b son quantità date dall'esperienza e dal calcolo nel modo seguente: sia una fune di 30 fili del diametro di 9^1 , la quale si

pieghi su una ruota di 24^1 di diametro; si avrà $\frac{k^m}{R} a = \frac{9^{1,7}}{24} \times a =$

$\approx 8,7$ (come si è veduto qui sopra), e prossimamente

$\frac{k^m}{R} a = \frac{9^2}{24} a = 8,7$, e $\frac{k^m}{R} b = \frac{9^{1,7}}{24} \times b \times \approx 100 = \approx 9,3$ e prossi-

mamente $\frac{k^m}{R} b = \frac{9^2}{24} \cdot 100 b = 9,3$, donde si ha il valor di a e di b , avvertendo bensì di prender la metà del valor della costante a se si

stesso vigore in tutta la lor lunghezza e però non potendo regger ciascuno lo stesso peso in tutta la sua lunghezza, nel torcergli insieme le parti deboli di uno si uniscono per così dire alle forti di un altro, onde per questa specie d'unione si dà alla corda che se ne forma maggior fermezza e vigore, come ce lo confermano le esperienze di Duhamel. Bensì la torcitura da darsi alle corde ha un limite da non oltrepassarsi senza pericolo: l'esperienza ci assicura che se una corda di canapa raccorcita d' $\frac{1}{3}$ di sua lunghezza a forza di torcerla sostiene un peso di 210 miriagrammi (24290^l) senza rompersi, un'altra corda simile e della medesima canapa ma meno torta della prima raccorcita per la torcitura solo d' $\frac{1}{4}$ di sua lunghezza sostiene un peso di 257, 44 miriagr. (285259), e potrebbe sostenerne un maggiore se la torcitura non l'accorcisse che d' $\frac{1}{5}$. Simili esperienze son tanto meno equivoche quanto più sono state ripeterute sempre con lo stesso successo da un gran numero di Fisici. Dovrebbe profittarne chi presiede alla fabbrica delle corde per distrugger la funesta consuetudine di torcerle al punto di scorcirle d' $\frac{1}{3}$ di lor lunghezza, il che non fa altro che fare ad esse acquistare un illusoria durezza e bellezza con perdita reale della lor forza e vigore.

P A R T E II.

Dell' inerzia de' Fluidi.

I Fenomeni che appartengono all'inerzia dei fluidi hanno principalmente per oggetto le leggi dei fluidi nella lor

usi una sola corda perchè nell'esperienze qui citate si fece sostenere il cilindro da due corde.

Rilevò inoltre Coulomb che nelle corde di 30 fili inzuppate d'acqua aumenta molto la lor rigidezza, forse perchè molto si aumenta la forza di tensione fatta contrarre a tutti i fili dall'acqua con l'insinuarsi che essa fa negli interstizj della corda; aumento di tensione che riesce insensibile nelle corde più sottili forse perchè essendovi con molta facilità spremuta l'acqua essa ne esce fuori: lo stesso accade nelle funi e canapi *spalmati* o *medicati*.

pressione, l'equilibrio de' corpi galleggianti ed immersi, la determinazione delle gravità specifiche, le circostanze degli sgorghi e getti d'acqua, e finalmente la resistenza de' fluidi.

C A P. I.

Delle leggi de' fluidi nella loro pressione.

97. **SI** chiama *fluido* un corpo le cui molecole han fra loro sì poca aderenza che cedono alla minima pressione accavallandosi infino l'une sull'altre senza però alterazione di lor figura. La loro natura non si altera nella modificazione accidentale di un fluido in solido e d'un solido in fluido, come vedremo a suo luogo (L. VIII.). Da ciò intanto rilevasi che tanto i fluidi quanto i solidi son composti di molecole della stessa natura, e però le molecole dei fluidi hanno la gravità come quelle dei solidi. Che se la gravità delle molecole d'un fluido è insensibile nel fluido stesso, dipende ciò dall'esser le molecole superiori sostenute dall'inferiori ed impedito a discendere. Non è per questo distrutta la gravità, giacchè se immergete nell'acqua una boccia turata e sospesa con un crine, sturandola con sempre tenerla sommersa, l'acqua che riempie la boccia aumenta d'assai il peso benchè abbia comunicazione coll'acqua esterna. Da ciò segue, che le molecole inferiori sostenendo le superiori ne restan premute proporzionalmente all'altezza del fluido superiore. Ma questa pressione esercitata dai fluidi in virtù della lor gravità differisce da quella dei solidi, poichè tutte le molecole componenti i solidi sono strettamente unite fra loro facendo un solo e medesimo tutto, e il loro sforzo per così dire riconcentrasi in un sol punto chiamato *centro di gravità*. Non è così dei fluidi i quali hanno le loro molecole indipendenti l'une dall'altre e sì poco fra lor coerenti che cedono al minimo sforzo per separarle; il che fa vedere che esercitan la lor pressione indipendentemente l'une dall'altre. Oltre di che i solidi non esercitan la loro pressione che nel senso della gravità cioè dall'alto in basso, mentre i fluidi

premono per ogni direzione; pressione che è una legge della natura che caratterizza i fluidi.

98. Infatti 1.^o *I fluidi premono dal basso in alto.* S'immerga nell'acqua un tubo di vetro non capillare aperto dai due capi un dei quali si turi col pollice della mano. Per esser il tubo pieno d'aria, l'acqua non vi monta che a piccolissima altezza; ma tolto il pollice onde l'aria compressa possa scappare, l'acqua monta ad una altezza anche superiore a quella della superficie dell'acqua; dunque l'acqua del tubo riceve un'impulsione in un senso contrario alla gravità; dunque ec.

Prendasi un vaso largo dove se ne metta un altro il cui fondo possa esser caricato di qualche peso. Nel vaso maggiore si versi adagio adagio dell'acqua: quando se n'è versata ad una certa altezza, il vaso più piccolo si eleva col suo peso e nota sull'acqua; dunque l'acqua esercita sul fondo del vaso una pressione di basso in alto.

Prendasi pure un vaso cilindrico aperto ai due capi. Al capo inferiore s'applichi un piano metallico di 3^l. di grossezza ricoperto d'un cuoio ammolito, e sostenuto da un filo attaccato al suo centro finchè s'è immerso nell'acqua a 3^p. di profondità. Lasciato il filo il piano metallico resta fisso all'orifizio del vaso sostenuto dall'acqua fin tanto che per le fessure del fondo non vi s'insinui dell'acqua.

Qual utile non ricaviamo da una tal proprietà? Si vuol egli levar dell'acqua da' pozzi molto profondi? ci serviamo di due secchioni attaccati ai due capi d'una corda che abbraccia un tamburo il quale si fa girare in modo che l'uno scende mentre l'altro risale: e siccome essi sono ordinariamente molto grandi e siamo spesso obbligati a farli molto lunghi e poco larghi, si prende il partito d'empirli dalla parte del fondo con mettervi una o più animelle che lasciano entrar l'acqua nel secchione senza lasciarla escire.

99. 2.^o *I fluidi esercitano una pressione laterale.* Si abbia un tubo ricurvo aperto ai due capi con braccia disuguali in lunghezza. Turato col pollice il capo del braccio più lungo si tuffi l'altro nell'acqua. Appena si leva il dito, l'acqua sale sensibilmente nel braccio lungo, ascensione di cui è

causa l'impulsion laterale ricevuta dalle molecole acquese prossime all'orifizio del tubo. In virtù appunto di tal press-ion laterale vuotasi una botte piena di vino se si buca in un suo lato.

100. 3.^o *La pressione esercitata sulle molecole inferiori d'un fluido dal peso del fluido superiore è eguale per ogni verso.* Si tuffino nell'acqua (Fig. 45) i tubi di vetro A, B, C, D aperti a' due capi, turandone uno col dito: appena levato il dito l'acqua sale in tutti alla medesima altezza. Nel tubo A la pressione è dal basso in alto, in B d'alto in basso, in C è laterale, in D obliqua: e versando dell'altr'acqua nel vaso, sale egualmente in tutti. Dunque 1.^o ogni molecola d'un fluido è egualmente premuta per ogni parte e però stà in riposo, onde non son esse sempre in moto come si è preteso da alcuni, giacchè se talora lo sono, il loro moto è solo un effetto di qualche causa particolare: 2.^o la superficie d'un fluido abbandonato a se stesso dee sempre esser piana e parallela all'orizzonte: se così non fosse, alcune colonne sarebbero più elevate dell'altre, le molecole inferiori corrispondenti alle colonne più elevate sarebber più premute delle vicine corrispondenti alle colonne meno elevate, le prime farebbero sulle seconde una press-ion laterale e effettiva, e queste agirebbero per ogni parte con una forza eguale alla forza comprimente, e si sforzerebbero d'elevar le molecole superiori che obbedirebbero a quest'azione; dunque non vi sarebbe equilibrio e il fluido non starebbe in riposo che quando divenisse la superficie piana e parallela all'orizzonte.

101. *La pressione che un fluido fa contro una superficie qualunque è perpendicolare a ognuno de' suoi elementi.* Se fosse obliqua, bisognerebbe decomporla in due, l'una delle quali sarebbe perpendicolare alla superficie e però effettiva, mentre l'altra in direzion parallela alla superficie non vi produrrebbe alcun effetto. (§. 41. 42.)

102. *I fluidi premono in ragion della loro altezza perpendicolare qualunque sia la lor quantità e la figura de' vasi in cui son contenuti.* Sia *abcd* (Fig. 46.) un vaso prismatico e verticale con entro dell'acqua, *ab* la superficie supe-

riore di essa, cd il fondo del vaso. La pressione fatta sopra ognuna delle parti del fondo come gh è eguale al peso d'una colonna d'acqua $ghik$ che ha per base gh e per altezza perpendicolare gi o hk . Se ciò non fosse bisognerebbe che gh reggesse un più piccolo o un più gran peso della colonna $ghik$, cosa che avverrebbe per via delle colonne collaterali $acgi, bdhk$; nel 1.^o caso per la stessa ragione cg regger dovrebbe un peso maggiore della colonna $acgi$, e hd un peso maggiore di $bdhk$, onde tutte le parti insieme cg, gh, hd del piano cd sosterrrebbero uno sforzo più grande di quello del fluido totale del vaso $abcd$, il che è assurdo; nel 2.^o caso con lo stesso raziocinio si dimostrerebbe che gh non può sostenere un peso minore della colonna $ghik$. Dunque il peso della colonna normale al disopra del piano è la misura esatta della pression dal piano sofferta. Cangiando la figura del vaso e la quantità del fluido, sarà la stessa la pressione se resta l'istessa normale fra la base gh e la superficie superiore dell'acqua, (Fig. 47. 48.) vale a dire se abbiassi il vaso irregolare $lnghom$ in cui lm è la superficie del fluido, e se la normale fra gh e lm , cioè gi, hk , sarà l'istessa di prima, la pressione esercitata dal fluido contenuto in $lnghom$ contro il piano gh è eguale al peso della colonna d'acqua $ghik$ (Fig. 46.) Infatti concepiscasi ognun di questi vasi messo in un altro più grande come $abcd$: la pressione esercitata sopra gh sarà la stessa, o sia che noi supponghiamo il fluido $lnghom$ contenuto nel suo proprio vaso, o sia che immaginando tolto questo vaso noi supponghiamo in sua vece il fluido $acgnl$ e $bdhom$, giacchè si può concepire il fluido del vaso più piccolo come ritenuto dal fluido del grande che per ogni lato lo circonda, come lo era dal primo. Supposto tutto in riposo, in quest'ultimo caso in cui si suppone che il fluido ambiente $acgnl$ e $bdhom$ setva di vaso al fluido $lnghom$, è chiaro che la pressione sopra gh è eguale al peso di tutta la colonna $ghik$, come abbiain veduto.

Dunque nel 1.^o caso quando il fluido $lnghom$ era contenuto nel suo proprio vaso premeva sopra il fondo gh con una pressione eguale al peso della colonna $ghik$. Con un tal

raziocinio si mostra ancora che il fluido (Fig. 49.) rinchiuso nel vaso irregolare *lnghom* premerà il fondo con una forza eguale al peso della colonna del fluido che avesse il medesimo fondo per base, e *gi o hk* normale fra i due piani *gh, ik* per altezza. Ora il peso d'una colonna di fluido che avesse il medesimo fondo *gh* per base e *gi o hk* per altezza, è eguale al prodotto di questa base per l'altezza *gi*; dunque la pressione esercitata da un fluido sul fondo di un vaso regolare o irregolare dee valutarsi dal prodotto del numero esprimente il fondo del vaso per quello che esprime l'altezza perpendicolare fra il pian della base e del livello del fluido: ed eccone l'esperienza. Ai due lati di una cassa *AB* s'alzin due ritti *CD, CD*, (Fig. 50.) nella cui larghezza scorrono a cerniera le code *F, F* d'una traversa *GH*, la quale ha due sopporti *K, I* sull'alto de' quali girano gli assi di due stadere *M, L* terminate da due archi di circolo descritti dal centro comune del lor movimento. La traversa *GH* è aperta in *e* per dar adito a una corda attaccata con i suoi due capi in *a, b* a cui è appiccato un filo d'ottone *cd*. Nel mezzo della cassa *AB* è montato a vite un cilindro di rame *NO* alto 7^{pol.} 4^{l.} e largo 3¹/₂^{pol.} in circa secondo la grossezza del vaso cilindrico *R* in tutta la sua altezza interna ben lavorato, entro al quale scorra uno stantuffo *P* di rame ricoperto di un grosso cuojo atto a riempire esattamente il cilindro per sotto serrarvi l'acqua. Per ritener lo stantuffo onde non cada dentro la cassa, al basso del cilindro *NO* si avviti un fondo con un foro nel centro di 2^{pol.} 3^{l.} per dare uno sfogo all'aria nello scender dello stantuffo. Posto che è lo stantuffo si mette a vite un cerchio di rame anche nell'interno e all'orlo superiore del cilindro *NO*, per impedire allo stantuffo, nell'alzarsi che fa, d'urtare nell'orlo de' vasi di cristallo che sono al di sopra del cilindro. *R, S, T* son tre vasi di cristallo differenti di forma e di capacità ma ridotti verso il basso allo stesso diametro con masticarvi delle ghiere di rame: *R* è cilindrico e di diametro eguale a quello dello stantuffo che gli serve di base quando è montato sul cilindro *NO*: *S* ha nell'alto un grande strombo: *T* è un tubo di 9 in 13 li-

nee di diametro ma allargato al basso per mezzo d'una ghiera di rame V che la riduce allo stesso diametro del precedente; e al di sopra vi è una specie di pevera X per ricevervi l'acqua che nell'operazione potesse escire dal vaso. Ora si pone sulla macchina il vaso cilindrico R riempiendolo d'acqua fino in g , sospendendo in seguito ai capi h , i delle stadere i pesi p, p sufficienti ad alzar lo stantuffo P. Ad R sostituiscesi il vaso S pieno fino in g ; i medesimi pesi p, p bastano per alzar P come bastano sostituendovi il vaso T pieno fino in g . L'attrito che prova lo stantuffo nel muoversi dentro NO essendo lo stesso ne'tre casi, dobbiam giudicar della pressione fatta dall'acqua sulla base comune a' tre vasi, per mezzo dei pesi posti ai capi delle stadere per alzarle, pesi che ne'tre casi essendo eguali mostrano esser la pressione sempre eguale, e però esser la pressione fatta da fluidi su una base in ragion dell'altezza perpendicolare, qualunque sia la lor quantità e la figura de'vasi che gli contengono. Non è maraviglia dunque se scoppi una botte già piena caricandola di alcuni kilogrammi d'acqua con un tubo di 10 in 12 metri di lunghezza.

103. *Un fluido non solamente preme il fondo ma anche i lati del vaso che lo contiene.* Suppongasi che il vaso sia cubico e in un piano orizzontale; allora il medesimo numero di molecole comprime il fondo ed i lati; e perciò la pressione sul fondo sta alla pressione su i lati come la somma delle distanze perpendicolari delle molecole prementi la base dal piano del livello del fluido sta alla somma delle distanze perpendicolari delle molecole prementi i lati da questo medesimo piano. Ma le distanze di queste son differenti e seguono, cominciando da quella del livello, il rapporto dei numeri naturali 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 ec., e la distanza perpendicolare dal pian del livello del fluido è la stessa per tutte le molecole che premono il fondo orizzontale del vaso ed è perciò eguale alla distanza dell'ultima molecola premente il lato dal medesimo piano; dunque le distanze delle molecole prementi il fondo si posson rappresentare con questa progressione 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6 ec. composta del medesimo numero di termini della precedente 0, 1, 2 ec.,

dove tutti i termini son eguali e ognuno è eguale al maggior termine della prima: ora la somma de' termini della progressione 6, 6, 6 ec. è doppia della somma dell'altra. In una parola la pressione esercitata sul fondo d'un vaso cubico può rappresentarsi con la superficie d'un quadrato, mentre la pressione su i di lui lati sarà espressa dalla superficie d'un triangolo dell'istessa base ed altezza; onde la pressione esercitata sul fondo d'un vaso cubico è doppia della pressione su i lati. Esprimendo per 1 la pressione esercitata da un fluido sul fondo d'un vaso cubico, la pressione sopra ognuno de' lati è $\frac{1}{2}$ e però la pression totale è 3. Se si suppone il fluido convertito in solido, non agisce che sul fondo come i solidi, nel quale stato la pressione che esercita è = 1; e però la pression totale che esercita un fluido quando è contenuto in un vaso cubico sta a quella che esercita quando è convertito in solido :: 3:1.

104. Determiniamo ora la pressione d'un fluido sopra una superficie inclinata. Bisogna concepir delle normali condotte da tutti i punti di essa al pian del livello del fluido, e allora si avrà la di lui total pressione sopra di essa moltiplicando la superficie inclinata per la somma delle normali, sebbene è più facile moltiplicarla per la distanza del suo centro di gravità dal pian del livello del fluido. Si vuol la pressione sostenuta da una diga? moltiplicate la sua superficie per la distanza perpendicolare del suo centro di gravità dal pian del livello del fluido; per es. sia questa 3,9 metri (12^P) e la diga sia in superficie 10,55 metri quadri (100^P quadri); la pressione sofferta dalla diga è eguale al peso d'una colonna d'acqua di 41,133 metri cubi (1200^P cubi), e siccome il peso d'un metro cubo d'acqua è 1028,214 kilogrammi in circa, così la diga sostiene uno sforzo di 42293,32 kilogrammi (886400); per resistere a quest'azione dee la diga esser grossa 4,46 metri ($4\frac{1}{2}^P$). Si può parimente valutar la pressione sostenuta da un'uomo sott'acqua ad una certa profondità per es. di 10,4 metri (32^P). La superficie d'un uomo medio è 1,583 metri quadri (15^P quadri) in circa, ed essendo il peso d'un metro cubo d'acqua 1028,214 kilogrammi in circa, l'uomo sott'acqua

avrà una pressione di 16917, 33 kilogrammi (≈ 34560). Tale è la pressione che sopra noi esercita il fluido aereo in cui siam sempre immersi, mentre vedremo fra poco che l'aria per esser pesante fa sopra noi una pressione eguale a quella d'una colonna d'acqua che avesse per base la superficie del nostro corpo e per altezza 32^P : si determina la superficie d'un uomo medio coprendolo assolutamente in tutte le sue parti di roba tessuta che si misura a piedi quadri.

105. *Ne' tubi eguali o disuguali, retti o obliqui, comunicanti fra loro un fluido sale alla medesima altezza*, cioè non può porsi in riposo se tutte le superficie superiori non sono in un medesimo piano parallelo all'orizzonte. Mettasi dell'acqua in un tubo di vetro (Fig. 51.) B congiunto col tubo di vetro D per mezzo del tubo CE in situazione orizzontale. Dopo aver agitata l'acqua essa non si pone in riposo se non quando le superficie superiori sono in un medesimo piano parallelo all'orizzonte. L'acqua contenuta in B agisce su quella in D e reciprocamente per mezzo del tubo CE. Non può dunque stare in riposo se non quando vi è eguaglianza fra queste azioni reciproche; ma le azioni son come le pressioni e qui la base è comune; dunque le pressioni son come le altezze, e però l'acqua non può stare in riposo se non sia alla medesima altezza ne' tubi cioè se le superficie superiori non sono in un medesimo piano parallelo all'orizzonte.

Una tal legge ha fatto nascere l'importante scoperta de' condotti, mentre gli antichi Romani non conoscendola mettevansi in spese orribili per condur l'acqua da un luogo ad un'altro con superbi acquedotti, sebbene talvolta usassero de' canali sotterranei. Si tratt' egli di condur l'acqua in luoghi molto elevati? Vi si costruisca un serbatojo un poco meno elevato del luogo d'onde prende la sua sorgente l'acqua che vuol condursi; quindi per mezzo di condotti che scendon dalla sorgente e si elevano fino al serbatojo, si giunge a portar l'acqua al luogo destinato.

106. Queste leggi di pressione da noi stabilite non soffrono alterazione trattandosi anche di fluidi di diversa gravità cioè che non contengono sotto lo stesso volume la stes-

sa quantità di materia; per es. rinchiuso del mercurio in uno spazio determinato pesa 14 volte più dell'acqua contenuta nel medesimo spazio, il che significa che il primo fluido è di densità maggior del secondo non pesando egualmente sotto eguali masse. Basta allora soltanto far entrar nel calcolo delle pressioni anche la densità dei fluidi come elemento della stessa pressione, perchè un fluido di maggior densità avendo sotto lo stesso volume un maggior numero di molecole di materia, è più grande la pressione che fa in virtù della sua gravità: così se paragono la pressione fatta dall'acqua sul fondo del vaso che rinchiede, con quella fatta dal mercurio sul fondo d'un altro, dirò che la prima pressione sta alla seconda come il prodotto della base del primo vaso nella densità e nell'altezza perpendicolare dell'acqua sta al prodotto della base del secondo nella densità e altezza perpendicolare del mercurio: dove se le basi sono eguali la pressione dell'acqua sta a quella del mercurio come il prodotto della densità dell'acqua nella sua altezza perpendicolare sta a quello della densità ed altezza del mercurio; onde le pressioni di due fluidi di densità differente sopra una base data non son eguali se non nel caso di essere in ragion reciproca le lor densità ed altezze perpendicolari. Quindi ne' tubi comunicantisi fra di loro due fluidi di diversa densità saranno in riposo se le lor densità sono in ragion reciproca delle loro altezze, perchè essendo comune la base non può esservi eguaglianza di pressioni e però riposo se non nel caso che le densità de' fluidi siano in ragion reciproca delle loro altezze. Infatti mettendo in unde' due tubi comunicantisi del mercurio, che si eleverà in ambedue alla medesima altezza, e quindi versandovi dell'acqua finchè l'origin della colonna di mercurio che discende per la pressione dell'acqua corrisponda all'origine del secondo tubo, dopo una qualunque agitazione di essi si ristabilirà il riposo e si vedrà, se i tubi son graduati, che l'altezza della colonna d'acqua è quasi 14 volte maggior di quella del mercurio.

Dell' equilibrio de' corpi galleggianti ed immersi.

107. Si è già detto (§. 9.) che la massa d'un corpo è la quantità di materia che contiene senza riguardo al suo volume cioè allo spazio che occupa, e che la densità d'un corpo è la quantità di materia che contiene considerata in rapporto al suo volume. Chiamasi corpo *omogeneo* quello che ha per tutto la medesima densità, ed *eterogeneo* quello che non ha per tutto la stessa densità; e chiamasi *gravità specifica* il peso d'un corpo in rapporto al suo volume (p').

(p') Qui si rifletta che siccome la gravità de' corpi verso il centro della terra si estende a tutti i corpi, così i termini *grave*, *leggero* son relativi: infatti i pesi relativi de' corpi o le lor specifiche gravità si misuran dai pesi assoluti sotto eguali volumi, cosicchè se 1 pol. cub. di rame pesa 9 volte più d' 1 pol. cub. di acqua, le gravità specifiche o relative del rame e dell' acqua sono :: 9 : 1. Ora si dice *specificamente più leggero* o *più grave* un corpo che sotto lo stesso volume ha minore o maggior peso d'un altro: come di due palle d' egual diametro, l' una d' avorio l' altra di piombo, questa perchè più pesante dell' altra è pure dell' altra specificamente più grave, e quella perchè meno pesante di questa è pure di questa specificamente più leggera; e si dice *più denso* o *più raro* d'un altro quel corpo che sotto lo stesso volume ha maggiore o minor massa dell' altro: onde, essendochè la massa è proporzionale alla gravità, un corpo specificamente più grave è anche più denso d'un altro specificamente più leggero, e viceversa; ed un più raro è specificamente più leggero d'un più denso, e viceversa.

Dal che si deduce 1.^o che corpi di egual densità e volume hanno masse eguali e però hanno eguali anche i pesi ovvero avran la stessa gravità; 2.^o che corpi di egual volume hanno le densità proporzionali alle masse, cioè si dirà un corpo 2 volte più denso d'un altro se sotto lo stesso volume avrà il doppio di massa dell' altro, 3 volte più denso se ne avrà il triplo ec., e però si può dire che le lor densità son proporzionali ai pesi o alle gravità: ma le masse stanno in ragion de' volumi se i due corpi hanno la stessa densità perchè in tal caso sotto uno stesso volume si comprende egual massa; dunque anche le gravità o pesi saranno allora proporzionali ai volumi, e però due corpi di egual densità avranno la stessa gravità specifica, e viceversa.

Quindi chiamati p , p' i pesi assoluti di due corpi, v , v' i lor vo-

Da tutto ciò segue che 1.^o se si paragonan le gravità specifiche di due corpi sotto il medesimo volume, la gravità specifica dell'uno sta a quella dell'altro come il peso dell'uno al peso dell'altro; 2.^o il peso d'un corpo essendo sempre proporzionale alla quantità di materia che contiene, la gravità specifica è sempre proporzionale alla densità; 3.^o ne' corpi omogenei sotto il medesimo peso (giacchè allora il volume diminuisce nella ragione in cui aumenta la densità per essere i volumi tanto più piccoli quanto più grandi son le densità o gravità specifiche) i volumi sono in ragione inversa delle densità; e perciò delle tre quantità, pesi, volumi, densità, datene due se ne trova la terza, cioè i pesi sono in ragion composta de' volumi e delle densità, i volumi nella diretta de' pesi ed inversa delle densità, le densità o gravità specifiche nella diretta de' pesi e nell'inversa de' volumi.

108. *Un solido immerso in un fluido è dal fluido per tutte le parti premuto, e questa pressione cresce in ragion dell'altezza perpendicolare del fluido al di sopra del solido.* Ciò dipende da quanto si è detto nel cap. anteced. e si conferma dall'esperienza; poichè immergendo nell'acqua una vescica piena d'acqua colorita attaccata al capo d'un tubo di vetro BC in modo che una parte di esso sia fuori dell'acqua, si vedrà che per la pressione di essa sulla vescica l'acqua co-

lumi, d, d' le lor densità o gravità specifiche sarà $p:p':::vd:v'd'$: dove se $p=p', vd=v'd'$ cioè $v:v':::d':d$; se $v=v', p:p':::d':d'$, e se $d=d', p:p':::v:v'$, e perciò $\frac{P}{d}:\frac{P'}{d'}::v:v', \frac{P}{v}:\frac{P'}{v'}::d:d'$.

Se ora p è il peso comune e del corpo A di volume a e del corpo B di volume b , poichè i pesi di corpi omogenei quali suppongo A, B son proporzionali ai volumi, si avrà il peso di B sotto il volume a con dire $b:p::a:x=\frac{ap}{b}$, onde le gravità specifiche di

A, B sono $::p:\frac{ap}{b}$, o $::pb:ap$, o $::b:a$, cioè le gravità specifiche di A, B sono in ragion reciproca dei loro volumi.

lorita salirà nel tubo a un'altezza proporzionale a quella dell'acqua al di sopra della vescica.

109. *Un solido immerso in un fluido perde una parte del suo peso eguale al peso del volume del fluido allontanato.* Infatti un solido immerso in un fluido è per ogni parte premuto dal fluido (§. antec.) benchè non tutte le parti del solido provino la stessa pressione, perchè l'altezza del fluido è per tutta la misura di questa pressione e le parti d'un medesimo solido non sono alla stessa profondità. Essendo bensì eguali le pressioni laterali per esser prodotte da colonne di fluido d'eguale altezza e in direzioni opposte, esse sono in equilibrio e non posson determinare il solido a muoversi. Ma le parti del fluido che premono la superficie inferiore del solido immerso corrispondono ad un'altezza maggiore, ed esercitano una maggior pressione di quelle che riposano sulla superficie superiore: di più la pressione esercitata sulla superficie inferiore del solido è diretta dal basso all'alto mentre l'esercitata sulla superiore è dall'alto in basso; e perciò un solido immerso in un fluido viene spinto di giù in su da una forza eguale alla differenza delle due pressioni l'una sulla superficie superiore, l'altra sull'inferiore del solido. Ora questa differenza è eguale al peso del volume allontanato, perchè essendo le due pressioni sulle superficie inferiore e superiore eguali al peso d'una colonna di fluido che ha rispettivamente per base la superficie inferiore e superiore, e per altezza la distanza perpendicolare di essa superficie dal pian del livello del fluido, la differenza fra queste due colonne è una colonna di un fluido che avesse il medesimo volume del solido immerso; e perciò un solido immerso in un fluido è spinto di basso in alto da una forza eguale al peso del volume del fluido allontanato, mentre è spinto d'alto in basso dal proprio suo peso; dunque un solido immerso in un fluido perde una parte del suo peso eguale al peso del volume del fluido allontanato. Ciò provasi anche con la *bilancia idrostatica* (Fig. 53.). Non differisce il suo raggio pesatore o *flagello* AB da quello d'una bilancia ordinaria, mobilissimo e per lo più lungo 2 decimetri (2^{re}. 4^{le}). dai cui capi pendon sospese per due fili di metallo D, D

due coppe d'1 decimetro ($3^{\text{pol.}}$ $8^{\text{li.}}$) di diametro, sotto alle quali son due gangetti per fissarvi de' crini a cui sospendere i corpi da immergersi in un fluido. Il bracciolo C è fisso a una lama d'ottone FG dentata per la sua lunghezza da una parte a denti quadri perpendicolari e dall'altra a denti acuti piegati per l'ingiù; la lama si muove sopra una seconda lama HI per mezzo d'un rocchettino K che ingrana nella prima dentatura, e si ritiene dove più piace per mezzo d'un gricchetto a molla a, il quale entrando nell'altra dentatura a soga sostiene tutto lo sforzo che può far la bilancia per calare, e premuto col dito la lascia calare se si giri il rocchettino K in senso contrario. Tutto riposa sul piede triangolare LM posto sul piatto d'ottone N da mettersi in situazione orizzontale per mezzo di tre viti che l'attraversano e con un piombino ed la cui punta corrisponde al centro del piatto N, mentre l'ago O della bilancia movendosi davanti a un arco P Q diviso in gradi corrispondendo al grado di mezzo mostra essere il flagello orizzontale. Si abbian poi due cilindri d'ottone, l'uno A solido con un gangetto al centro della base superiore, l'altro C vuoto con un gangetto al centro della base inferiore e con un manichetto alla base opposta o alla bocca per sospenderlo, il quale ha perfettamente levigata ed unita la superficie interna per ricevervi esattamente il cilindro A; anzi per impedire all'aria l'opporsi al libero ingresso ed uscita di A, nella grossezza della sua base si fa un foro da turarsi con una vite, tolta la quale può liberamente l'aria entrarvi o sortirne.

Ora sospendasi al gangio d'una delle due coppe il cilindro C per il suo manico aggiungendovi sotto il cilindro A attaccandolo con un crine, e mettesi nell'altra coppa un peso X per far equilibrio. Avvicinato allora un vaso di vetro V pieno d'acqua, e facendo scender la bilancia per tuffarvi il cilindro A, l'equilibrio si distrugge in favor di X perchè A perde nell'immersione una parte del suo peso; e per vedere che il peso perduto è eguale al volume dell'acqua allontanata, ristabiliscasi l'equilibrio riempiendo d'acqua il cilindro C, cioè versandovi la stessa quantità d'acqua che riempirebbe il cilindro solido A.

110. Dunque 1.^o un corpo perde nell'aria una parte del suo peso eguale al peso dell'aria allontanata, e però un corpo pesa meno nell'aria che nel vuoto, differenza per lo più insensibile ma da valutarsi nell'esperienze di gran precisione.

111. Dunque 2.^o due corpi eguali di massa non di volume, non perdono di peso egualmente nell'immergergli in un fluido, perdendone più quello di volume maggiore per allontanare un maggior volume di fluido; poichè sospese dai bacini della bilancia idrostatica due palle eguali in massa ma una di piombo l'altra d'avorio che stiano in equilibrio fra loro, si distruggerà l'equilibrio, se s'immergono nell'acqua, in favor della palla di piombo, perchè avendo meno volume di quella d'avorio, perde nell'immersione meno peso.

112. Dunque 3.^o un solido immerso in fluidi di differente densità perde una parte differente di peso, perchè sebbene allontanati il medesimo volume di fluido, pure due volumi eguali di fluidi di differente densità pesano differentemente, come si prova con due palle d'avorio d'egual diametro, le quali tuffate nell'acqua ambedue stanno fra loro in equilibrio, ma tuffate l'una nell'acqua l'altra nello spirito di vino, lo perdono.

113. Dunque 4.^o un solido immerso in un fluido specificamente più leggiero dee profundarsi fino al fondo, giacchè spinto essendo d'alto in basso dal proprio peso e di basso in alto da una forza eguale al peso del volume del fluido allontanato (forza sempre minore del peso del solido supposto di maggior gravità specifica del fluido) dee scendere con una forza eguale alla differenza fra il suo peso e quello d'un simil volume di questo fluido (§. 109.)

114. Dunque 5.^o un solido immerso in un fluido specificamente più grave, dee risalire finchè la gravità specifica del solido stia a quella del fluido come il volume del fluido allontanato sta al volume del solido, per essere i pesi in ragion composta de' volumi e delle gravità specifiche (§. 107.); giacchè il solido essendo dal proprio peso spinto d'alto in basso, e rispinto di basso in alto da una forza eguale al peso del volume del fluido allontanato, dee salire finchè il suo peso eguagli quello del volume del fluido allontanato.

E perciò un solido immerso in un fluido specificamente più grave dee galleggiare sulla di lui superficie: perchè vi resti immobile, bisogna che i centri di gravità della porzione immersa e della non immersa sian nella medesima verticale. Immaginandoci il galleggiante come tagliato in due porzioni dalla superficie del fluido, la porzione immersa tende ad elevarsi e l'altra a discendere con forze eguali, facendo ambedue un tale sforzo per la verticale tirata dal loro centro di gravità: cosicchè nel solo caso che le due verticali confondansi, cioè che i centri di gravità delle due porzioni sian nella stessa verticale, non vi sarà ostacolo a questi due sforzi, e il galleggiante continuerà ad ondeggiare finchè non abbia presa una tal situazione; e allora essendo le forze eguali e direttamente opposte, si distruggeranno a vicenda, e ne nascerà l'equilibrio (§ 30.)

115. Dunque 6.^o un solido immerso in un fluido della stessa gravità specifica dee restar nel luogo in cui sul principio fu posto, per essere il peso assoluto del solido che tenderebbe a farlo discendere, eguale al peso del volume del fluido allontanato che tenderebbe a farlo salire.

116. Da tutti principj si vede il perchè 1.^o con la stessa facilità si sostiene in un fluido omogeneo un solido immerso a differenti profondità, benchè a differenti profondità sia il solido premuto da colonne fluide di differenti altezze; giacchè essendo sempre lo stesso il di lui peso assoluto a qualunque profondità sia egli immerso nel fluido, a tutte le profondità ne perde un egual parte allontanando un egual volume di fluido (§ 109.), il quale per essere il fluido omogeneo pesa egualmente a tutte le profondità: 2.^o le bolle di vetro e le figurette di smalto salgono e scendono in una boccia piena d'acqua al premer più o meno la pelle legata al collo di essa o al cangiar la temperatura nel volume di questi piccoli solidi, comechè essendo queste bolle composte di tre materie diverse cioè d'acqua, e di vetro specificamente più grave dell'acqua, e d'aria specificamente più leggiera dell'acqua, quando il composto di queste tre sostanze è più leggiero d'un egual volume d'acqua, galleggia, e quando ne è più grave, va al fondo, per

la ragione che comprimendosi la superficie dell'acqua contenente le bolle per via d'un peso o altrimenti, comprimesi pure l'aria in esse rinchiusa ed occupa meno spazio di prima; l'acqua che vi è contigua, entrando per il collo della bolla occupa il posto abbandonato, onde la bolla divenuta specificamente più grave dell'acqua della boccia, scende; laddove cessandosi di pigiar la superficie dell'acqua, l'aria della bolla colla sua elasticità rispingendo l'acqua che l'aveva forzata dentro, e però divenend, specificamente più leggera dell'acqua la somma delle sostanze componenti la bolla, essa dee elevarsi sulla superficie del liquido: 3^o è più facile il notare quando il corpo intero è immerso nell'acqua, perchè il corpo allontanando un più gran volume d'acqua, perde un maggior peso (§. 109); chi ha gran petto nuota più facilmente, perchè il grasso aumenta il volume del corpo più assai di quello che aumenti il suo peso: e un vascello benchè composto di parti specificamente più gravi dell'acqua prese isolate, galleggia sul mare, perchè esso con l'aria che ha in se forma un tutto specificamente più leggero dell'acqua marina (*q'*).

C A P. III.

Del modo di determinare le gravità specifiche.

La gravità specifica d'un corpo non è che il rapporto del suo peso al suo volume, onde riducendo tutti i corpi

(*q'*) Se, come si è veduto (§. 109.) il peso del fluido allontanato è eguale a quello del solido, il volume del fluido allontanato starà a quello del solido (o la porzione immersa del solido starà a tutto il solido) come la gravità specifica del solido sta a quella del fluido; onde anche un vascello, allontanando una quantità d'acqua eguale in peso a quella di se stesso e del suo carico, galleggerà se la somma de' pesi del vascello e del carico non sarà maggiore del peso dell'acqua allontanata, e anderà a fondo se vi s'insinua dell'acqua che renda il totale del peso del vascello e del di lui carico maggiore di un egual volume d'acqua.

allo stesso volume non si dovrebbe far altro che pesarli per conoscer la lor specifica gravità; riduzione che essendo talvolta difficile e talora impossibile richiede altri mezzi per esser determinata. Fra gli usati sceglieremo il più facile e sicuro, e il più conforme ai nostri principj.

117. Vediamo il rapporto delle gravità specifiche d'un solido e d'un fluido meno grave del solido. La gravità specifica del solido è a quella del fluido come il peso del solido è al peso del fluido d'egual volume. Per aver il peso del solido si pesi nel vuoto o nell'aria, giacchè essendo quasi insensibile la differenza del di lui peso nel vuoto o nell'aria, si può trascurare nell'esperienze che non esigono una gran precisione. Il peso d'un volume del fluido eguale a quello del solido eguagliando il peso che perde il solido nella sua immersione (§. 109.), eguaglia la differenza in peso del solido pesato nell'aria e nel fluido; e però la gravità specifica d'un solido è a quella d'un fluido come il peso del solido pesato nell'aria è alla differenza in peso del solido stesso pesato nell'aria e nel fluido. Se questo fluido è l'acqua comune, e la sua gravità specifica è presa per l'unità secondo il comodo costume de' Fisici, si avrà la gravità specifica del solido col dividere il suo peso nell'aria per la differenza del suo peso nell'aria e nell'acqua; per es. se si vuol la gravità specifica d'un pezzo d'ottone, lo peso nell'aria dove sia 36 grammi; poi nell'acqua, dove sia 32; ora $36 - 32 = 4$, e $\frac{36}{4} = 9$, quoto esprimente la gravità specifica dell'ottone rapporto a quella dell'acqua supposta eguale all'unità (r').

(r') Da tutto ciò si rileva che il vero peso de' corpi non si conosce pesandoli nell'aria. Ora siccome l'esperienza mostra che 1 pol. cubo di qualunque materia che va a fondo nell'acqua pesa meno 253, 2 grani che quando è pesato nell'aria, così si vede che il peso perduto dal detto corpo non è che il peso d'1 pol. cubo d'acqua cioè 253, 2 grani: dunque 1 pol. cubo d'acqua cioè $1728^{\text{pol.}} = 253, 2 \cdot 1728 = 1000$ oncie prossimamente. Se x è il peso vero d'un corpo in oncie, g la sua gravità specifica nella ragione stessa della gravità specifica dell'acqua $= 1000$, e v il suo volume

118. Che se il solido di cui vuol sapersi la gravità specifica è più leggiero dell'acqua, bisogna aggiungergli un corpo la cui gravità specifica sia tale che il composto dei due corpi sia più pesante dell'acqua. Quindi pesando separatamente nell'aria il corpo più massiccio e il composto dei due, e facendo lo stesso nell'acqua, sottraete il peso del solido più massiccio pesato solo nell'acqua dal peso del medesimo pesato solo nell'aria, ed il resto sarà il peso d'un volume d'acqua eguale a quello di questo solido; e poi sottraete il peso del composto pesato nell'acqua dal peso di esso pesato nell'aria, ed il resto sarà il peso del volume d'acqua eguale a quello del composto; e in fine sottraete il primo resto dal secondo: la differenza sarà il peso del volume d'acqua eguale a quello del solido il più leggiero. Ora il peso di quest'ultimo volume d'acqua starà al peso del solido leggiero come la gravità specifica dell'acqua sta a quella del solido; e però supposta 1 la gravità specifica dell'acqua, la gravità specifica del solido più leggiero dell'acqua è eguale al quoto del numero che esprime il peso del solido leggiero diviso per il numero che esprime il peso d'un egual volume d'acqua; per es. volendosi la gravità specifica d'un pezzo d'olmo specificamente meno grave dell'acqua, se esso nell'aria pesi 15 grammi, e se per fare un composto specificamente più grave gli s'attacchi un pezzo d'ottone del peso di 18 grammi nell'aria e di 16 nell'acqua, il composto peserà 33 nell'aria: supposto che il tutto nell'acqua pesi 6, s'avrà $18 - 16 = 2$ peso del volume d'acqua eguale al pezzo d'ottone, e $33 - 6 = 27$ peso del volume

in parti di 1 pie. cubo, le oncie di 1 pie. cubo d'acqua staranno all'oncie del solido come il prodotto della gravità specifica d'1 pie. cubo d'acqua per il suo volume sta al prodotto della gravità specifica del solido per il suo volume, cioè $1000 : x :: 1000.1 : v.g.$, onde $x = v.g.$ Per es. volendosi il peso vero di 2, 16 pol. cubi d'ottone, per essere secondo l'esperienza il peso dell'ottone eguale al peso di 8 volte un egual volume d'acqua, si avrebbe $g = 8000$, e

$$v = \frac{2, 16}{1728} \text{ parti d'1 pie. cubo, onde } x = 10 \text{ oncie.}$$

d'acqua eguale al composto, e $27 - 2 = 25$ peso del volume d'acqua eguale al pezzo di legno il cui peso assoluto nell'aria era 15; onde la gravità specifica dell'acqua sta a quella del pezzo di legno :: $25 : 15 :: 1 : 0,6$; cioè essendo 1 la gravità specifica dell'acqua, quella dell'olmo è espressa da 0,6.

119. Si osservi intanto che la gravità specifica dell'acqua essendo supposta 1, si può paragonarle quella d'un solido qualunque e però conoscere il rapporto delle gravità specifiche di tutti i solidi, il quale per esser esatto richiede l'unità costante e invariabile. Per questo nella determinazione delle gravità specifiche non si usa che acqua depurata con la distillazione dalle sostanze eterogenee, e così riconducendosi al suo stato di omogeneità e di unità invariabile. Se non che essendo le sostanze saline solubili nell'acqua, la quale perciò non può servire a conoscerne le lor gravità specifiche, s'impiega per esse un fluido che non le scioglia, come l'alcool. Così trovandosi il rapporto fra la gravità specifica del fluido e quella del solido, e sapendosi quello delle gravità specifiche dell'alcool e dell'acqua, si ha anche il rapporto della gravità specifica d'una sostanza salina a quella dell'acqua.

120. Il meccanismo dunque per determinar la gravità specifica de' solidi si riduce a pesarli nell'aria e poi nell'acqua con la bilancia idrostatica, travaglio lungo, faticoso e indispensabile, che si scema per le piccole masse con l'istrumento A di Nicolsom (Fig. 44.) consistente in un cilindro di latta lungo 4^{Pol.} largo 1^{Pol.}, al centro della cui base inferiore è un gangetto da sospendervi per il manico un secchiolino zavorrato con del piombo, e al centro della bocca una lastretta metallica con un segno verso il mezzo, ed in cima un bacinetto di latta da porvi de' pesi; dimodo che immerso lo strumento nell'acqua e abbandonato a se stesso, il segno della lastra sia a una certa altezza al di sopra della superficie del liquido. Si vuol pesar un corpo nell'aria? S'immerga il cilindro nell'acqua, ponendo de' pesi noti sul bacinetto finchè il segno sia al livello dell'acqua; levati i pesi, pongavisi il corpo con mettervi accanto il numero di

pesi sufficiente a fare scender di nuovo il segno a fiord'acqua; sottratti questi ultimi da' precedenti, la differenza dà il peso del corpo pesato nell'aria. Si levi dall'acqua lo strumento, rituffandovelo dopo aver messo il corpo nel secchietto. Il corpo perde nell'immersione una parte del suo peso eguale al peso del volume d'acqua allontanata; bisogna dunque aggiunger nuovi pesi nel bacino perchè il segno riscenda al livello dell'acqua: questi nuovi pesi mostran la perdita che il corpo ha fatto del suo peso nell'acqua, cioè il peso del volume d'acqua allontanata. E così si sa la gravità specifica del corpo, cioè il rapporto che passa fra il suo peso e quello d'un egual volume d'acqua.

121. Se per mezzo d'un fluido, come l'acqua, si paragonano le gravità specifiche de' solidi, quelle de' fluidi si paragonano per mezzo d'un solido; al qual uso ci serviamo d'un cubetto di 1^{po} di faccia, il quale sospeso ad un crine attaccato al gangetto d'un de' bacini della bilancia idrostatica si equilibra con un peso eguale in massa posto nell'altro bacino; poi s'immerge il cubetto nel fluido di cui si vuole esaminare la gravità specifica; subito vedesi rotto l'equilibrio a pro del peso posto nel bacino opposto: si rifà l'equilibrio mettendovi de' pesi che sono la misura esatta della perdita sofferta in peso dal cubetto nell'atto dell'immersione; e però un volume di fluido eguale a quello del cubetto pesa quanto il peso messo nel bacino per rifar l'equilibrio. Se poi s'immerga il cubetto in un altro fluido, osservando d'aver l'istessa temperatura, si avrà la gravità specifica di questo fluido, e però si determinerà il rapporto delle gravità specifiche de' differenti fluidi.

122. Benchè questo metodo sia il più esatto ed il più rigoroso, pure parlerò anche dell'*areometro* che dà un altro mezzo di paragonar le gravità specifiche de' fluidi: è questo fondato su ciò, che, se s'immerge il medesimo corpo in fluidi di diversa densità, vi si affonda tanto più profondamente quanto più leggiero è il fluido e viceversa. Ora l'*areometro* (Fig. 55.) è composto di un globo di vetro sottile B al di sotto di cui è un altro globetto S fornito di piombo, o di mercurio e di un tubo cilindrico A C graduato, il tutto

in modo che sia più leggiero dei fluidi di cui vuolsi paragonar le gravità specifiche. Se il peso dell'areometro è tale da affondar nell'acqua sino in E, nei fluidi più leggeri s'affonderà meno, per es. nel vino s'affonderà al punto F, nell'alcool a G; ma se s'immerge in fluidi più gravi dell'acqua, la sua immersione non sarà sì profonda, per es. nella birra s'affonderà sino in D, e sempre tanto meno quanto più denso sarà il fluido in cui s'immerga (*s'*). Un tal metodo, benchè inesatto, almeno serve a conoscere se un fluido è più o meno pesante d'un altro che gli si paragona, senza però indicarci di quanto, perchè bisognerebbe avere il rapporto esatto del tubo AC con i globi B, S, e inoltre bisognerebbe che fosse perfettamente cilindrico il tubo AC, il che non succede giammai.

Ma l'areometro di Farenheit offre il vantaggio d'operare sopra volumi eguali di differenti fluidi, e di far conoscere il rapporto esatto che passa fra le lor gravità specifiche. (Fig. 56.) Consiste in una boccetta di sottil vetro B il cui collo AC strettissimo con un segno in *a* termina con un bacinetto DE per porvi de' pesi, e nel cui fondo sta un globetto di vetro con entro del mercurio: si noti il peso dell'areometro sul bacino per non dimenticarsene mai. Lo immergo nell'acqua distillata caricandolo di peso finchè giunga al segno *a*. La somma dei pesi messi nel bacino per produrre un tale affondamento aggiunta al peso dell'areometro mi dà esattamente il peso del volume d'acqua allontanata. Ho l'istesso volume su un altro fluido per esser l'areometro affondato al medesimo grado. Dunque ho il rapporto de' pesi de' volumi eguali de' fluidi di differente densità, cioè il rapporto delle lor densità o gravità specifiche.

(*s'*) Infatti essendo sempre gli stessi e la gravità specifica e il volume dell'areometro, la porzione di questo affondata nel fluido e la gravità specifica del fluido sono in ragion reciproca, perciò la profondità a cui l'areometro arriva nell'immergerlo in fluidi differenti, indicherà le loro gravità specifiche: così se AC è lungo 10^{pol.} e si affonda per 6^{pol.} nell'acqua, per 7^{pol.} nell'alcool, la gravità specifica dell'acqua sta a quella dell'alcool: 6,0:7,0::1:0,857.

123. Non son pochi i vantaggi che reca la cognizione delle gravità specifiche: il naturalista ha de' caratteri distintivi per classar le sostanze che son l'oggetto di sue ricerche; si distinguon le differenze di due corpi del medesimo nome per giudicar della bontà delle materie d'uso della medicina e della chimica; abbiamo un mezzo infallibile da conoscer le pietre preziose vere dalle false; e in fine nel modo seguente si trova in qual proporzione son combinate in una mistura più sostanze. Data la gravità specifica d'una massa composta di due corpi differenti, e di ciascuno di essi se son puri, trovare quanto ve n'è di ciascuno.

Suppongasi esservi due sole sorti di corpi, A, B, e sia il peso di $A = P$, di $B = p$; siano V, v i volumi, D, d le gravità specifiche rispettive, ed e quella della mistura. Il peso d'un corpo è eguale al prodotto del suo volume per la sua gravità specifica (§. 107.); dunque $P = VD, p = vd$. Il peso della mistura è eguale alla sua gravità specifica moltiplicata per la somma de' volumi delle masse componenti, cioè $(V+v)e = Ve + ve$. Ma il peso della mistura è eguale alla somma de' pesi delle masse componenti; dunque $Ve + ve = VD + vd$, dunque $VD - Ve = ve - vd$, dunque $D - e :: e - d :: v : V$; ed ecco il rapporto de' volumi delle masse componenti, e però ecco anche il rapporto de' pesi se si moltiplicano i volumi per le gravità specifiche. Con questo problema Archimede scoprì richiesto dal suo Re Ierone la frode dell'orefice Demetrio, a cui erano state date $\text{℥ } 19$ d'oro, benchè la corona fosse del medesimo peso: anzi trovò quant'argento aveva sostituito all'oro. Infatti supposto che la gravità specifica della corona si trovasse 17, essendo quella dell'oro 19 e dell'argento $10\frac{1}{3}$, per essere $e = 17, D = 10\frac{1}{3}, d = 19, D - e = -6\frac{2}{3}, e - d = -2$; si avrà $-6\frac{2}{3} :: -2 :: v : V$, dunque $2v = 6\frac{2}{3}V$, cioè $3v = 10V$, ed ecco il rapporto de' volumi: onde per aver quello de' pesi bisogna moltiplicar i volumi per le gravità specifiche, e si ha per il peso dell'argento $3 \cdot 10\frac{1}{3}$, per il peso dell'oro $10 \cdot 19$; dunque nella corona il peso dell'argento è a quello dell'oro :: 31 : 190, e il peso dell'argento è al peso totale :: 31 : 221. La soluzione di questo problema è fondata

sull'ipotesi che l'oro e l'argento conservino i lor volumi interi nella mistura, il che è falso (*e'*).

124. E qui si osservi che 1.^o la gravità specifica de' corpi d'una stessa specie varia secondo il luogo da cui si cavano, e però nel risultato si noti il clima dove hanno avuta l'origine: 2.^o i differenti gradi d'eterogeneità nelle parti d'un corpo danno una differenza sensibile ne' risultati: 3.^o i corpi di cui si determina la gravità specifica debbono avere

(*e'*) Siccome nell'acqua anche i metalli perdono parte del loro peso in ragione delle lor gravità specifiche e più ne perde l'oro dell'argento per esser l'oro specificamente più grave dell'argento, così Archimede pesando separatamente nell'acqua la corona riportata dall'artefice e una verga d'oro e una d'argento ambedue di peso eguale alla corona, ne osservò il peso che ognuna di esse vi perde, perchè se la corona ne perdeva più dell'oro e meno dell'argento era sicuro che nella corona vi era della lega. Per conoscerne la quantità sia p il peso della corona, a, b, c i pesi perduti nell'acqua dall'argento e dall'oro puro e dalla corona; dove si suppone

essere $c > b$, e siano x, y le quantità incognite dell'argento e

dell'oro in peso miste nella corona. Poichè queste due parti x, y formano il tutto p , si avrà $x + y = p$. Ma il peso p della verga d'argento sta alla quantità x del peso d'argento mischiato nella corona come il peso a perduto da esso nell'acqua al peso X per-

duto da x ; dunque $p : x :: a : X = \frac{ax}{p}$: parimente per l'oro si ha

$p : y :: b : Y = \frac{by}{p}$. Ora queste due porzioni di peso perduto nell'

acqua da x, y debbono insieme esser eguali alla porzione c di pe-

so perduto dalla corona nell'acqua, dunque $\frac{ax}{p} + \frac{by}{p} = c$, la qua-

le Eq., postovi il valor di $x = p - y$, dà $y = \frac{p(a-c)}{a-b}$, e però

$x = \frac{p(c-b)}{a-b}$. Così se $p = 810$, e nell'acqua l'argento e l'oro

perdono $\frac{1}{10}$ e $\frac{1}{8}$ del loro peso, cioè se $a = \frac{10}{10} = 1$, e $b = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$, e $c = \frac{2}{3}$, sarà $x = 810 \frac{1}{2}$, e $y = 712 \frac{1}{2}$.

la stessa temperatura; negli ardori dell'estate un corpo ha più volume che negli stridori dell'inverno; dunque nell'estate allontana un più gran volume d'acqua, e però in queste due stagioni la gravità specifica di esso è differente: 4.° prima d'immerger nell'acqua distillata il corpo di cui si vuol la gravità specifica, è bene con una penna o un pennello togliergli l'involuppo atmosferico; senza la qual precauzione il volume d'acqua allontanata sarebbe più grande del volume reale de' corpi: 5.° nell'esperienze delicate si riguardi la pression dell'atmosfera: 6.° si abbia una bilancia perfettissima la quale essendo senza pesi in equilibrio, vi ritorni ogni qualvolta si metta in moto, ed esattissimi siano i pesi determinati da usarsi. Allora si potrà fare una tavola esatta delle gravità specifiche.

C A P. IV.

Dei fluidi che escono da un vaso.

125. *Delle acque che sgorgano e scendono.* Empito d'un fluido omogeneo un vaso, le molecole inferiori del fluido provano alla stessa profondità una pressione eguale in tutte le direzioni (§. 100.); si sforzano adunque di scappar via da tutti i lati con la medesima forza, e in realtà scappan via se tolgasi l'ostacolo che s'opponne al loro uscire. Infatti empito d'acqua il vaso ABCD (Fig. 57.) il cui fondo BD in situazione orizzontale è forato in varj punti E, F, G con orifizj eguali fra loro, da ognun di essi in tempi eguali esce la stessa quantità d'acqua; dunque da ognuno scappa via con la medesima forza: il che accade anche escendo l'acqua dall'orifizio laterale D, da F, ec. nel tempo medesimo (v').

126. La forza con cui un fluido esce da un orifizio è come la pressione che prova, la quale è come l'altezza del fluido superiore; ma la forza che un corpo acquista caden-

(v') Per accertarsene basta misurare l'acqua sortita da ogni orifizio eguale.

do da un altezza è ad essa proporzionale, per esser proporzionale all'intensità della potenza acceleratrice che è sempre nel rapporto stesso dello spazio che ella fa percorrere; dunque la forza con cui un fluido esce da un orifizio per la pressione del fluido superiore, è eguale a quella che un corpo acquisterebbe cadendo liberamente dalla superficie superiore del fluido sino all'orifizio. Ora la forza d'un fluido che scappa per un orifizio fatto nel fondo del vaso che lo contiene, nasce dalla pressione cagionata dalla gravità del fluido superiore; e la forza che acquista un corpo cadendo liberamente vien parimente dalla gravità; dunque se nei due casi sono eguali le forze, saranno eguali le velocità, e perciò la velocità d'un fluido che esce libero da un orifizio è eguale a quella che acquisterebbe un corpo cadendo liberamente: ma la velocità d'un corpo che cade liberamente è come la radice quadra dell'altezza da cui cade (§ 13.); dunque la velocità ancora del detto fluido è come la radice quadra dell'altezza del fluido. Infatti si prenda un vaso alto 13^{P.} il cui fondo è attraversato da un tubo cilindrico di 3^{l.} di diametro e lungo 7^{l.}. In 1' sgorgano da questo tubo 905 poll. cubi d'acqua. Immaginando quest'acqua posta in una colonna d'acqua di diametro eguale a quello dell'apertura del tubo, sarà essa lunga 1536^{P.} e però il primo flos di fluido esce con una velocità che può in 1' fargli percorrere 1536^{P.}. Quando un grave cade liberamente dall'altezza di 12^{P.} acquista una velocità con cui può percorrere in 1' lo spazio di 1493^{P.}; ma se cade dall'altezza di 13^{P.} acquista una velocità da percorrere in 1' pie. 1680; dunque l'acqua che esce dall'orifizio per la pressione di una colonna d'acqua dell'altezza di 13^{P.} ha più velocità del grave caduto dall'altezza di 12^{P.}, e ne ha meno del grave caduto dall'altezza di 13^{P.}. Questa differenza nasce dall'attrito che soffre l'acqua sgorgando dall'apertura del tubo. E se si hanno due vasi di differente altezza pieni del medesimo fluido con ai fondi un eguale orifizio, la quantità del fluido che n'escirà nel tempo stesso sarà come la radice quadra dell'altezza del fluido al disopra degli orifizj. Dato il medesimo tempo e il medesimo diametro d'orifizj, la quantità del fluido uscito deo

essere come la velocità del fluido che esce cioè come la radice quadra dell' altezza del fluido al di sopra degli orifizj. Prendasi un tubo lungo 4^{P.}, all'alto del quale si metta una vaschetta che ha al di dentro un segno per conoscer con precisione l'altezza del fluido. Il tubo ha due orifizj eguali; l'uno lontano dall'estremità superiore del tubo per 4^{P.}; l'altro per 1^{P.}, e uno è chiuso quando l'altro 'è aperto. Se raccoglasi l'acqua che sgorga dall'orifizio superiore in 1', e poi quella che sgorga dall'inferiore in 1', questa è doppia della prima; ora la velocità dell'acqua uscita dall'orifizio inferiore è doppia dell'acqua uscita dal superiore; dunque la quantità d'acqua sgorgata è come la velocità con cui è sgorgata; dunque la quantità di fluido che nel tempo stesso esce da orifizj eguali è come la radice quadra dell'altezza del fluido al disopra degli orifizj.

127. Se un vaso di data altezza si mantenga costantemente pieno, e gli si faccia nel fondo un orifizio noto, misurando esattamente la quantità del fluido che sgorga da quest'orifizio in un dato tempo, si saprà quanto fluido sgorgnerà nel medesimo tempo da un altro vaso, mantenuto costantemente pieno, di disugual capacità ed altezza del primo. purchè l'orifizio fattogli nel fondosia di diametro eguale al primo. Siane uno alto 1 metro, l'altro 4, ed escan dal primo 196 once d'acqua (6 kilogr.) in 1'; dal secondo n'escirà per 21 kilogr. (392 once) nel tempo stesso, perchè le quantità di fluido che sgorgano in tempi eguali da orifizj eguali sono come le radici quadre (§. antec.) delle altezze del fluido al di sopra degli orifizj.

128. Se il vaso (Fig. 58.) A B C D è sempre mantenuto pieno, dall'orifizio F esce, astraendo dagli ostacoli, una colonna F H di fluido 2 volte più lunga di E F nel tempo che un grave cadendo liberamente percorre l'altezza E F del fluido. Poichè il fluido che esce dall'orifizio F si muove con una velocità eguale a quella, che ha acquistato al fin di sua caduta un grave liberamente cadendo da E in F (§. 126.). Di più il fluido sgorga sempre con la stessa velocità, mentre che il grave cadendo da E in F abbandonando il suo stato di riposo si muove con un moto uniformemente accelerato; e lo spazio

percorso per mezzo d'un tal moto è la metà dello spazio percorso per mezzo d'un moto uniforme con la velocità acquistata alla fine dell'accelerazione (§. 15.).

129. Se sian due vasi d'eguale altezza pieni del medesimo fluido con orifizj disuguali ne' fondi, la quantità di fluido che n' esce nel tempo stesso segue il rapporto delle aperture o lumi degli orifizj. Tutte l'esperienze fatte con dell'acqua attestan questa verità.

130. Che se tutto è eguale fuori de' tempi, le quantità di fluido che sgorgano son come i tempi.

131. E però in generale queste quantità sono in ragione composta de' tempi, dei lumi degli orifizj e delle radici quadre dell'altezze del fluido al di sopra degli orifizj (*u'*).

132. Nei vasi che non son sempre mantenuti pieni la velocità nello sgorgo del fluido cangia a ogn'istante, quindi è che bisogna nel paragone de' tempi in cui si vuotano differenti vasi aver in vista questo cangiamento di velocità. Ora i tempi in cui dei vasi cilindrici di egual diametro ed altezza si vuotano, scorrendo il fluido in tempi disuguali, son fra loro in ragion inversa dei lumi degli orifizj. Immaginiamo il vaso ABCD (Fig. 59. 60.) diviso in colonne d'egual grossezza e di diametro eguale a quello dell'orifizio E, e il vaso FGHL in colonne che abbian per base l'orifizio K. Essendo ne' due vasi le colonne d'altezza eguale percorrono le loro altezze nel medesimo tempo, onde il tempo dell'evacuazion del vaso ABCD sarà a quello dell'evacuazione di FGHL come il numero delle colonne di ABCD è a quello delle colonne di FGHL; ma il lor numero è in ragion inversa de' lor diametri e i diametri son come le basi, cioè come i lumi degli orifizj E, K; dunque i tempi dell'evacuazion di questi vasi sono in ragion inversa dei lumi degli orifizj.

133. Quando poi i vasi cilindrici non sono eguali ma di eguali altezze e si vuotano per orifizj eguali, si vuotano

(*u'*) Merita su ciò d'esser veduto lo Zendrini nel suo Trattato dell'acque correnti cap. 2. §. 17. e segg.

in tempi che son come le basi de' cilindri. Siano i due vasi cilindrici ABCD, EFGH (Fig. 61. 62.) d'egual altezza e di differente diametro, ripieni del medesimo fluido, e nelle lor basi con orifizj eguali P, O. Supponghiam questi vasi divisi in colonne i diametri delle quali siano in ragione di quelli degli orifizj. Poichè queste colonne han la medesima altezza, ognuna di esse può sgorgar nel tempo medesimo, e perciò il tempo dell'evacuazione del vaso ABCD sta a quello dell'evacuazione di EFGH come il numero delle colonne in ABCD è a quello delle colonne in EFGH; ma il lor numero è come le basi de' cilindri; dunque i tempi dell'evacuazione son come la base de' cilindri.

134. Se vasi cilindrici hanno basi ed orifizj in esse eguali, ma non eguali l'altezze, si vuoteranno in tempi che son come le radici quadre delle loro altezze. Siano (Fig. 63. 64.) le loro altezze :: 4 : 1; allora la velocità con cui il fluido comincia a sortir dal vaso della più grande altezza sarà alla velocità del secondo :: 2 : 1 (§. 126.) e però la quantità di fluido nel tempo stesso sgorgata sarà pure :: 2 : 1 (§. 127.): la qual ragione ha sempre luogo dopo che il fluido è tutto sgorgato da ogni vaso; dunque vi bisogna un tempo doppio perchè la quantità del fluido sgorgato dal primo vaso sia a quella del secondo :: 4 : 1; ma le quantità appunto de' fluidi de' due vasi son :: 4 : 1; dunque i tempi dell'evacuazione son :: 2 : 1, cioè come le radici quadre dell'altezze.

Prendansi infatti tre vasi cilindrici (Fig. 65.) A, C, B di egual diametro ma con l'altezze 1, 3, 4 rispettive, iquali abbiano alla loro imboccatura un incisione, per cui coli l'acqua quando sorpassa una certa altezza che deve prendersi per l'altezza del vaso; e i fondi di A, B, le cui altezze son :: 1 : 4, abbiano due eguali orifizj. Empiansi ambedue d'acqua e nel tempo stesso si sturino i due orifizj. Se l'acqua che cade da B va nel vaso C, questi s'empirà nel tempo in cui vuotasi A: contenendo C i $\frac{3}{4}$ di B, è chiaro che l' $\frac{1}{4}$ che resta si vuota nel tempo stesso che il vaso A, e però il vaso A si vuota 2 volte nel tempo stesso che B si vuota 1 volta.

135. *Dunque i tempi nei quali si vuotano vasi cilindrici*
Vol. I. h

qualunque sono in ragion composta delle basi, dei lumi degli orifizj e delle radici quadre dell' altezza.

136 Questi principj ci conducono a fissare come vasi cilindrici o prismatici ripieni d'un fluido si vuotino per via d'orifizj fatti ne' loro fondi. Supposto il tempo dell'evacuazione diviso in parti eguali, l'altezza del fluido che sgorga nell'ultimo istante sarà 1, quella del fluido che sgorga nell'istante precedente sarà 3, e così di seguito, cioè come la serie de' numeri impari cominciando dall'unità. A misura che va vuotandosi il vaso, la colonna che corrisponde all'orifizio del vaso cilindrico o prismatico perde di sua altezza, onde esercita una minor pressione sul fluido che sgorga, e però le parti del fluido che scappan via si muovono con un moto uniformemente ritardato; ora gli spazj percorsi per un moto uniformemente ritardato seguono, cominciando dall'ultimo, la serie de' numeri impari 1, 3, 5, ec. (§. 17.); dunque bisogna che l'altezza del fluido che sgorga da un vaso cilindrico prismatico in una serie d'istanti eguali, cominciando dall'ultimo istante, segua i termini di questa progressione. Infatti prendasi un largo tubo di vetro lungo 4^{p.} di diametro al possibile eguale per tutto, e si adatti ad un capo del tubo un coperchio d'ottone con in mezzo un piccolissimo orifizio: si empia il tubo d'acqua e si osservi in quanto tempo si vuota. Se il tempo dell'evacuazione è 20', si divide la lunghezza del tubo in 400 parti eguali, e dopo aver riempito il tubo d'acqua si vede che nel 1.^o minuto primo escono 39 parti in circa di fluido, nel 2.^o 37, nel 3.^o 35 ec. fino all'ultima minuto in cui esce 1 di queste parti di divisione.

137. Ma queste esperienze non posson perfettamente corrispondere ai principj stabiliti senza aver riguardo alle circostanze che accompagnan lo sgorgo d'un fluido. 1.^o Se si fa un orifizio nel fondo d'un vaso che contiene un fluido, tutte le molecole del fluido tendono verso l'orifizio che è il punto dove è la minor resistenza: dunque le molecole laterali esercitan sul fluido che scorre un'azione obliqua, che si decompone in due (§. 42.) di cui l'una perpendicolare al piano produce solo lo sgorgo, e l'altra parallela al piano ri-

stringe la vena fluida. Secondo l'esperienze di Newton questo restringimento ha luogo fino a una distanza dall'orifizio che eguagli prossimamente la metà del suo diametro, e il diametro della vena contratta sta al diametro dell'orifizio :: $3:4$ a un di presso, o :: $3\frac{1}{2}:4$, cosicchè la sua luce è a quella dell'orifizio :: $1:16$. Egli pure ha trovato, che per misurar con precisione quanto fluido sgorga da un dato orifizio, bisogna contare come se il diametro dell'orifizio del fondo fosse eguale al diametro della vena contratta, e prender l'altezza di tutta la colonna dalla superficie del fluido nel vaso fino al luogo in cui la contrazion della vena fluida è la più grande. E per diminuire l'ostacolo che oppone allo sgorgo la contrazion della vena fluida, in vece di far sortir il fluido da un vaso per un orifizio, si fa sortire da dei tubi uniti insieme del medesimo diametro dell'orifizio: la contrazione ha luogo all'entrare del fluido nei tubi, non all'escire, e così l'addizione de' tubi scema la contrazion della vena fluida e favorisce lo sgorgo del fluido. Ciò ha per base un gran numero d'esperienze da vedersi nell'idrodinamica di Bossut. Di dove rilevasi che la forma più vantaggiosa da darsi ai tubi addizionali per avere in un tempo dato la più gran quantità di fluido per un dato orifizio è quella che naturalmente prende la vena fluida all'escir da un orifizio fatto in una sottile parete, cioè bisogna dare a questo tubo la forma d'un cono tronco, la cui minor base abbia per diametro quello dell'orifizio per cui si vuol fare sgorgar il fluido: e inoltre l'area della minor base dee stare all'area della maggiore :: $10:16$, e la distanza d'una base all'altra dee essere prossimamente eguale al semidiametro della maggiore; il resto poi della lunghezza del tubo può esser cilindrico o prismatico. Allora lo sgorgo sarà abbondante egualmente che quello che si otterrebbe con un orifizio eguale alla minor base fatto in una stessa parete e in cui la vena fluida non soffrisse contrazione alcuna. Tal forma in pratica può aver la sua applicazione quando si tratti di deviare una certa quantità d'acqua da un fiume, da un acquidoccio ec. per mezzo d'un canale o d'un tubo laterale. II.º Fra le molecole d'un fluido che escon da de-

gl' orifizj, alcune sono esposte ad un attrito contro le pareti, nell'orifizio il che ritarda la loro velocità, al contrario di quelle che son nel mezzo del *filo* d'acqua onde il fluido esce con velocità disuguale. Le molecole intermedie che scappano con più velocità sono in stretta contiguità, per la lor forza attrattiva, con le molecole laterali che muovonsi più lentamente; e perciò la velocità di queste si trova un poco accelerata mentre quella dell'altre è un poco ritardata, onde sgorga per gli orifizj meno fluido di quello che dovrebbe secondo i principj stabiliti. Anzi all'opposizione che fanno al libero sgorgo de' fluidi e la contrazion della vena fluida e l'attrito, si aggiunge che di rado i tubi sono esattamente dritti; e impiegandosene dei ricurvi la loro stessa curvatura aumenterebbe la resistenza.

138. *Acque zampillanti e ascendenti.* La velocità d'un fluido che esce da un orifizio fatto nel fondo d'un vaso è eguale a quella che acquisterebbe un corpo cadendo liberamente dalla superficie superiore del fluido fino all'orifizio (§ 126.), e la velocità che acquista un corpo cadendo liberamente da una certa altezza basta per farlo risalire all'altezza da cui è disceso (§. 13.); dunque la velocità d'un fluido che esce da un orifizio fatto nel fondo di un vaso può farlo risalire all'altezza della superficie dell'acqua del vaso, se per mezzo d'un tubo ricurvo nella sua parte inferiore si dia al suo moto una direzione di basso in alto.

139. Pure quando il diametro dell'apertura da cui dee ora scappare sia eguale a quello del tubo, il fluido non si eleverà mai all'altezza prefissa sì perchè il fluido s'attacca alle pareti del tubo in virtù della forza attrattiva che gl'impedisce lo scender liberamente, sì perchè prova contro le pareti stesse un attrito considerabile che ritarda la caduta del fluido ed impedisce al getto d'elevarsi all'altezza dovuta. Che se restando lo stesso il diametro del tubo, si supponga minor di prima quello dell'apertura del getto, il fluido s'eleva molto più di prima, la sua caduta è meno rapida e però le sue molecole non provano contro le pareti del tubo un attrito considerabile. Dunque importa molto che l'apertura del getto sia più stretta di quella del tubo:

tuttavia il fluido non risale all'altezza donde partì per varie cause 1.^o perchè la velocità con cui un fluido sgorga scema a ogni istante, e la sua colonna è composta di parti che hanno differente velocità a differente altezza; tutte le parti della colonna che ha per tutto lo stesso diametro, si muovono necessariamente con la stessa velocità, e però la colonna divien più larga a ogni istante in cui scema la velocità del fluido, cosicchè una tal dilatazione appunto deriva dall'impetuosità del fluido che segue, e che ritarda per tutto la velocità: 2.^o perchè quando il fluido si è scagliato alla maggior altezza possibile ed ha perciò perduto tutto il suo moto, resta nella parte superiore della colonna, ed è per un istante sostenuto dal fluido che succede prima di ricader verso i lati: in questo tempo il moto del fluido che succede è ritardato, ritardo che si comunica a tutta la colonna; ma la causa di questo ritardo si scema inclinando un poco la direzione del fluido, come l'insegnò Torricelli e come lo conferma l'esperienza, sebbene una tale inclinazione guasti la bellezza dello spettacolo d'una fontana perfettamente verticale: 3.^o perchè il fluido che spiccia prova ai labbri dell'apertura del getto un attrito che cresce a misura che scema il diametro dell'apertura relativamente al diametro del tubo, giacchè l'attrito del fluido che spiccia è come la circonferenza dell'apertura o come il suo diametro; ma la quantità di fluido che esce dall'apertura è come la superficie dell'apertura cioè come il quadrato del suo diametro; dunque se il diametro d'un'apertura è doppio di quello d'un'altra, l'attrito sarà :: 2:1 e la quantità del fluido :: 4:1, onde la stessa quantità di fluido prova nel primo caso meno attrito che nel secondo. E' pure chiaro che crescendo la velocità cresce l'attrito, e però bisogna crescere l'apertura proporzionatamente all'altezza del fluido zampillante per diminuire l'attrito da un lato mentre cresce da un altro. Ma quest'aumento d'apertura ha un limite che non si può oltrepassare senza produrre nell'altezza del getto una diminuzione considerabile, che deve sempre aver luogo quando il diametro dell'apertura del getto eguaglia il diametro del tubo. Ordinariamente all'estremità de' tubi per

cui si fa spicciar l'acqua si dà la figura d'un cono tronco: prova essa quivi un grand'attrito e il suo moto diviene irregolare; ma per correggere questo difetto se ne copre l'estremità con una laminetta forata piana e liscia che abbia pur lisci i lati del foro: allora l'acqua s'alza assai più, e serba tutta la sua trasparenza alzandosi anche con un moto regolare: 4.^o perchè il fluido zanipillante prova una resistenza sensibile per parte dell'aria, la quale come tutti i corpi resiste in virtù della sua inerzia; il fluido esercita la sua azione sulle sue molecole che ritardano per la lor reazione il moto del fluido; l'aria quindi circonda tutta la colonna del fluido ascendente il cui diametro aumenta a misura che s'eleva, e così forma una specie di canale in cui il fluido prova un attrito che altera la sua velocità. A Mariotte dobbiamo la cognizione e del come dirigere i tubi, e del come dare ad essi il diametro in rapporto a quello dell'apertura del getto, e dell'altezza a cui bisogna elevare il serbatoio per avere un getto d'una data altezza; ed ecco i risultati delle sue esperienze.

altezza del getto	altezza del serbatoio	altezza del getto	altezza del serbatoio
piedi	piedi pollici	metri	metri
5	5+ 1	1,624	1,624+ 0,027
10	10+ 4	3,243	3,243+ 0,108
15	15+ 9	4,872	4,872+ 0,240
20	20+ 16	6,496	6,496+ 0,431
25	25+ 25	8,120	8,120+ 0,576
30	30+ 36	9,744	9,744+ 0,974
35	35+ 49	11,368	11,368+ 1,320
40	40+ 64	12,992	12,992+ 1,732
45	45+ 81	14,616	14,616+ 2,192
50	50+100	16,240	16,240+ 2,707
60	60+144	19,488	19,488+ 3,897
70	70+196	23,736	23,736+ 5,304
80	80+256	25,984	25,984+ 6,928
90	90+324	29,232	29,232+ 8,769
100	100+400	32,480	32,480+10,826

C A P. V.

Della resistenza de' fluidi ai corpi in moto.

140. Un corpo messo in un fluido incontra sempre delle molecole che resistono allo sforzo che fa per allontanarle. Una tal resistenza è composta di più elementi che ora esamineremo. E primieramente la superficie esteriore del mobile, tutto il resto essendo eguale, sembra aumentar la resistenza de' fluidi, la quale cresce in ragion della superficie esteriore del mobile. Prendasi un molinello guarnito di 4 ale con diverse inclinazioni; messo in moto con la medesima forza si vede che il numero de' movimenti è tanto meno grande quanto più di superficie presentano all'aria le ale, perchè quanto maggior superficie presenta un corpo al fluido

in cui muovesi, più molecole di fluido deve nel tempo stesso allontanare e però provar più resistenza: così un vascello con tutte le vele spiegate dà più presa al vento; il navicellaio fa agire il suo remo per il piano della palmula quando cerca un punto d'appoggio nella resistenza dell'acqua, ma l'alza per taglio per aver meno resistenza; e si dà alle frecce una forma conica e si lanciano in maniera che presentin la punta all'aria per serbar loro più velocità diminuendo così la resistenza.

141. La resistenza de' fluidi è anche proporzionale alla lor densità, posto il resto eguale, perchè il numero delle molecole da allontanarsi dal mobile cresce in ragion della densità del fluido. Infatti facendo muover più pendoli dell'istessa lunghezza e diametro nell'aria, fanno lo stesso numero d'oscillazioni perchè provan la stessa resistenza, al contrario di quando si fanno muovere uno nell'aria, un altro nell'acqua, un altro nel mercurio ec.; essendo questo quasi subito ridotto al riposo, il secondo poco dopo perde il suo moto, oscillando intanto il primo come in avanti.

142. Tali esperienze sul moto de' pendoli di piombo, di ferro, di legno di differenti diametri, nell'aria, nell'acqua, nel mercurio, variando ancor gli archi d'oscillazione, hanno a Newton presentato tali risultati che ne ha concluso esser la resistenza de' fluidi proporzionale 1.^o alla lor densità 2.^o ai quadrati de' diametri de' pendoli 3.^o ai quadrati delle lor velocità. Anzi egli ha avuto gli stessi risultati con delle palle di piombo intonacate di cera per dar loro delle densità differenti all'oggetto di paragonare i tempi che metterebbero a cadere in un tubo d'una data altezza e pieno di fluidi di varia densità: risultati confermati dall'esperienze di Desaguillers e d'Hauxbée, i quali facendo cadere dall'alto della cupola di S. Paolo di Londra alta 89 metri (272 P.) delle palle di differenti diametri e densità, videro esser il tempo di lor discesa tanto maggiore quanto più leggiere esse erano ad egual volume, e quanto più piccolo ne era il diametro ad eguali densità.

pesi delle palle	diametri	tempi della caduta
centigrammi	centimetri	minuti secondi
517,7	14,234	22,125
526,35	14,0717	21,625
679,68	14,3423	19,375
730,12	14,4235	18,75
828,36	14,5527	17,25
7009,2	13,8011	7,125
8071,2	14,8835	7
9558	14,6670	6,5
13859,1	15,0180	6,125
15452,1		6

Da ciò ha concluso Lambert che la resistenza de' fluidi fosse proporzionale 1.^o alla lor densità 2.^o ai quadrati de' diametri delle palle 3.^o ai quadrati delle velocità de' corpi.

E' poi facile il vedere perchè la resistenza che oppone un fluido con la sua inerzia, tutto il resto essendo eguale, è proporzionale al quadrato della velocità del mobile; poichè un corpo che ha più velocità percorre più spazio nel medesimo tempo; incontra dunque un maggior numero di molecole del fluido, e allora la resistenza è proporzionale alla velocità. Oltre di che se il mobile ha più velocità ha anche più forza, urta dunque con più forza ogni molecola del fluido che incontra, perde dunque della sua forza e in ragion delle molecole che allontana e in ragion della forza con cui le allontana; onde la resistenza del fluido è proporzionale al quadrato delle velocità: il qual teorema benchè fondato sopra molte e buone esperienze ha trovato per contraddittore il celebre Eulero; e per questo Schulzer ne ha fatte delle nuove sul tempo della salita e discesa d'una palla di piombo lanciata da un fucile a aria di cui avea determinato la forza della molla, e ne ottenne i seguenti risultati.

altezza del mercurio corrispondente alla pression dell' aria	durata del salire e dello scendere
centimetri	minuti secondi
23,75	12,5
22,88	12
17,108	11
12,321	10
6,173	7,5

Lambert applicando il calcolo a questi risultati ha concluso (x') come lo concluse anche dall' esperienze date di sopra di Desaguillers e di Hauxbée, che la resistenza è proporzionale al quadrato delle velocità.

La resistenza poi che nascer può dalla coesione delle molecole d' un fluido è poco sensibile relativamente a quella che nasce dalla sua inerzia, qualora egli non abbia una tenacità particolare per la sua viscosità.

143 Quando poi un fluido è in moto, la resistenza che oppone è più grande o più piccola secondo la direzione della forza che l' anima; più grande, se il fluido si muove in un senso opposto al mobile; più piccola, se ambedue si muovono nella stessa direzione. Un uomo che va contro vento, un pesce che va contro la corrente d' un fiume, han da superare una doppia resistenza, cioè l' inerzia del fluido da allontanarsi e il moto del fluido in direzione contraria: e per questo facendo muover un corpo contro la direzione d' un fluido che ha un moto rapido, se ne scema il volume per dar minor presa allo sforzo della corrente, e un vascello col vento contrario piega le sue vele se il vento è violento ec. Che se il mobile e il fluido si muovon nella

(x') Vedi Mem. dell' Accad. di Berlino 1765. A.

stessa direzione con velocità eguali, è nulla la resistenza del fluido, come è per un pesce che segue la corrente dell'acqua, per un pallone che vada a seconda del vento ec. Ma se il fluido e il mobile muovonsi, sebbene nella stessa direzione, con velocità diseguali, chi de' due ha più velocità ne comunica all'altro con scapito della sua; una palla da cannone che va secondo la direzione del vento non soffre per parte dell'aria tanta resistenza quanta ne soffrirebbe se l'aria fosse tranquilla: allora la sua velocità è meno ritardata; ma siccome essa è più veloce dell'aria, così è forzata ad aprirsi la strada a traverso dell'aria che fugge davanti a lei con troppa lentezza, il che ritarda la sua velocità.

144. Per dire ora qualche cosa sulla resistenza che provano i battelli in un canale ad altezze d'acqua differenti, dall'importanti esperienze pubblicate da Bossut nell'ultima edizione della sua Idrodinamica p. 346. T. II. si conclude che la resistenza de' fluidi contenuti in canali stretti o poco profondi è più grande di quella dei fluidi per ogni senso indeterminati; e questa differenza può esser grandissima dipendendo dalle dimensioni trasversali del canale e dalla forma de' battelli. Bensì rispetto alla resistenza de' battelli originata dalla lor forma ci ha Bossut (ivi pag. 377.) dato una serie d'esperienze che concorrono a provare che delle 3 leggi di resistenza date dalla teoria cioè 1.^a la resistenza d'una superficie qualunque piana o curva mossa con differenti velocità è come il quadrato della velocità, 2.^a le resistenze dirette di differenti superficie piane mosse con la stessa velocità son proporzionali all'estensioni delle superficie, 3.^a le resistenze su piani obliqui son come il quadrato del seno dell'angolo d'incidenza sul piano; di queste 3 leggi, io dico, le prime due solamente concordano con l'esperienza, ma non la terza almeno quando gli angoli d'incidenza son acuti.

Eccone la tavola comparativa sotto una stessa velocità.

angoli	secondo la teoria	secondo l'esperienza	differenze
180	10000	10000	0
168	9890	9893	3
156	9568	9578	10
144	9045	9084	39
132	8346	8446	100
120	7500	7710	210
108	6545	6925	380
96	5523	6148	625
84	4478	5433	955
72	3455	4800	1345
60	2500	4404	1904
48	1654	4240	2586
36	955	4142	3187
24	432	4063	3631
12	109	3999	3890

LIBRO III.

Dell' Attrazione.

145. **S**E finquì abbiamo trattato dei fenomeni che dipendono dall'inerzia, ora per terminare ciò che riguarda le proprietà comuni a tutti i corpi della natura ci resta a parlar dell'*attrazione*, cioè di quella proprietà per cui i corpi s'avvicinano o tendono ad avvicinarsi fra loro. Primieramente la esamineremo in tutti i corpi della natura e particolarmente nei corpi celesti; quindi l'esamineremo rapporto ai corpi terrestri, sotto il qual punto di vista la chiameremo *gravità*. Ma prima facciam precedere a quest'esame l'esposizione del sistema del mondo.

P A R T E I.

Del sistema del Mondo.

C A P. I.

Sistema planetario.

146. **L**a terra che abitiamo non è per dir così che un punto nello spazio immenso dell'universo composto di varj corpi, i quali presi insieme forman ciò che chiamiamo *sistema planetario*; e sono in numero di 26, se si contin soltanto i ben conosciuti finora, e se n'eccettuin le stelle con gli altri che son da noi troppo distanti. Ora fra i corpi del sistema planetario il Sole è l'unico che risplenda per una luce sua propria, la quale vien riflessa negli altri che sono *opachi* cioè che intercettan la luce. Questi dividonsi in due

classi, 7^a che si chiaman *pianeti*, e 18 che si chiaman *satelliti*: i primi rivolgonsi intorno al sole allontanandosene a varie distanze in curve rientranti; i secondi girano intorno ai lor pianeti rispettivi accompagnandoli nel loro moto intorno al sole.

147. I pianeti descrivono nel loro moto delle *ellissi* che hanno una situazione quasi costante e di cui il centro del sole occupa uno de' *fuochi*. L'*ellisse* è una di quelle curve che per esser formate dalla sezione della superficie d'un cono per un piano diconsi *sezioni coniche*. Per descriverla sia *Aa* una retta il cui mezzo (Fig. 66.) è *C*, e *F, f* due punti egualmente lontani da *C*. In *F, f* fissati i due capi del filo *FGf* eguale ad *Aa*, reso che esso sia con una punta *G*, la curva che descrive la punta scorrendo lungo il filo è un'ellisse, di cui *F, f* sono i *fuochi*, *C* il *centro*, *Aa* l'*asse maggiore*, e *Bb* il *minore* che passa per il centro normalmente al maggiore con terminare a' due estremi alla curva. Se i due fuochi dell'ellisse si riuniscono in un punto stesso, l'ellisse è un *circolo*. Allontanandogli si allunga di più; e se la lor distanza scambievolmente è infinita mentre la distanza del fuoco dal vertice il più vicino della curva è finita, l'ellisse diviene una *parabola*.

148. La distanza del centro dell'ellisse dal centro del sole esistente in uno de' fuochi si chiama l'*eccentricità* del pianeta. In ogni rivoluzione un pianeta una volta s'avvicina al sole, una se n'allontana: è alla sua più gran distanza dal sole quando si ritrova nell'estremità dell'asse maggiore dell'ellisse la più lontana dal fuoco occupato dal sole, e allora questo punto della sua più gran distanza dal sole dicesi *afelio*, mentre si dice *periclio* il punto della sua più piccola distanza dal sole che è nell'estremità opposta, e dicesi *distanza media* quella che egualmente differisce dalla più grande e dalla più piccola, come quando è all'estremità dell'asse minore; cosicchè essendo allora la somma delle distanze del pianeta da' due fuochi eguale all'asse maggiore, la distanza media d'un pianeta è eguale al semiasse maggiore; e data la distanza media, aggiuntavi l'eccentricità si ha la più gran distanza, e si ha la più piccola sottraendovela. Si

dicon poi *apsidi* il perielio e l'afelio, e *linea degli apsi* la linea che gli unisce cioè l'asse maggiore dell'orbita. Ora ogni orbita è in un piano che passa per il centro del sole: il piano dell'orbita della terra si chiama *eclittica* e si concepisce prolungato per ogni lato perchè gli astronomi osservano la situazione de' piani dell'altre orbite per rapporto a questo; i punti in cui le orbite tagliano il pian dell'eclittica si dicono *nodi*, e la linea che unisce i nodi d'un orbita qualunque si dice *linea dei nodi*.

149. Tutti i pianeti si muovono in un medesimo senso: il moto che osservano i pianeti nelle loro orbite si chiama *diretto*, il moto contrario si chiama *retrogrado*. Ma non si muovono con la stessa velocità in tutti i punti delle lor orbite; bensì le aree descritte dai loro raggi vettori son sempre proporzionali ai tempi: così il lor moto è tanto meno rapido quanto più son lontani dal sole, onde la grandezza dell'orbita e la lentezza del moto concorrono ad accrescer la durata delle lor rivoluzioni sideree o de' loro tempi periodici.

150. Inoltre chiamasi *asse* del pianeta la linea sulla quale il pianeta si rivolge e che passa per il centro di esso, e *poli* le estremità di questa linea. Ora il sole e tutti i pianeti hanno su' loro assi un moto di rotazione nel senso stesso di quello che hanno nelle loro orbite; gli assi ancora si muovono parallelamente in modo che tutti i punti dell'asse d'un pianeta descrivono linee eguali e simili. Vedete la Fig. 67 dove le dimensioni dell'orbite planetarie son fatte con esattezza. Per paragonar fra loro le differenti parti del sistema si prende per unità la distanza media della terra dal sole.

151. Pertanto il sole  con un moto leggierissimo in mezzo al sistema fa una rivoluzion sul suo asse in $25\frac{1}{2}^{\text{giorni}}$, ed è il suo asse inclinato all'eclittica di $87^{\circ} 30'$.

152. Mercurio  è il pianeta più vicino al sole. Il semiasse maggiore o la sua distanza media dal sole (§ 143.) è 0,387100; sul principio dell'anno 1750 il rapporto dell'eccentricità al semiasse maggiore era 0,205513; l'inclinazion della sua orbita cioè l'angolo formato dal piano

della sua orbita col piano dell'eclittica è $6^{\circ} 55' 33''$; rivolgesi intorno al sole in $87^{\circ} 23' 59'' 14''$ (y').

153. Venere ♀ che ne succede ha per distanza media 0,723332, ed il rapporto ad essa dell'eccentricità è 0,006885; l'inclinazione $3^{\circ} 23' 10''$; il tempo periodico $224^{\circ} 16' 39' 4''$; il suo asse fa coll'eclittica un angolo di 15 in 20 gradi; il moto di rotazione apparisce esser d'un giorno (z').

154. Il terzo pianeta è la terra ♂ che abitiamo. La sua distanza media dal sole è 1; il rapporto dell'eccentricità alla distanza media è 0,016814; si muove nel piano stesso dell'eclittica; il suo tempo periodico o l'anno siderale è di $365^{\circ} 6' 9'' 10\frac{1}{2}''$, il quale supera di $20' 25''$ l'anno tropico cioè il tempo che il sole pone nel suo moto apparente per ritornare all'equinozio di primavera; gira sul suo asse in $23^{\circ} 56' 4''$.

155. Marte ♂ nella sua distanza media è lontano dal sole 1,523693; il rapporto dell'eccentricità è 0,093388; l'inclinazione dell'orbita è $1^{\circ} 50' 47''$; il tempo periodico è $686^{\circ} 22' 30''$; il suo moto di rotazione è di $24^{\circ} 40' (a'')$.

156. Giove ♃ il più grande fra' pianeti è lontano dal sole nella sua media distanza di 5,202778; il rapporto dell'eccentricità è 0,048077; l'inclinazione dell'orbita $1^{\circ} 19' 38''$;

(y') Mercurio non si vede giammai a occhio nudo per esser sempre immerso, a motivo della gran vicinanza al sole, nel pieno dell'enorme torrente de' raggi solari; e col telescopio ci si rende appena visibile ora sotto la forma di una piccola macchia luminosa stante che essendo fra il sole a se vicino e la terra ci presenta una piccolissima porzione del suo emisfero illuminato, ora sotto la forma di una piccola luna o decrescente o ne' suoi quarti o crescente, e ora di una luna piena.

(z') Venere è sì brillante, che oltre al farsi sempre conoscer da chiunque per mezzo del vivacissimo suo splendore si fa talvolta vedere in pieno giorno da ognuno con universal maraviglia, come asserì Galileo (Probl. ult.), e come spesso accade nella zona torrida, e accadde ancora nel 21 Luglio 1710 in Inghilterra e in Parigi nel 1750, e ultimamente nell'Agosto del 1801 quì in Firenze e in varj luoghi d'Italia.

(a'') Può ognuno facilmente distinguer Marte a occhio nudo dalla di lui luce rossiccia cupa o sanguigna.

il tempo periodico $4332^{\text{h}} 12^{\text{m}} 20' 9''$; il moto di rotazione $9^{\text{h}} 56' (b'')$.

157. Saturno h è lontano dal sole nella distanza media 9,538785; il rapporto dell'eccentricità ad essa è 0,056223; l'inclinazione dell'orbita $2^{\circ} 30' 40''$; il tempo periodico $10759^{\text{h}} 6^{\text{m}} 36' (c'')$.

158. La distanza media di Urano h il più lontano dal sole è 19,183475; il rapporto dell'eccentricità ad essa è 0,046683; l'inclinazione dell'orbita $0^{\circ} 46' 12''$; il tempo periodico $30689^{\text{h}} (d'')$.

159. Marte, Giove, Saturno, Urano, le cui orbite abbracciano quella della Terra, diconsi pianeti *superiori*, e si dicono *inferiori* Venere e Mercurio, le cui orbite sono abbracciate dall'orbita della terra. Fra essi quattro hanno dei satelliti visibili solo col telescopio, toltane la Luna, cioè Urano ne ha 6, Saturno 7, Giove 4, e la Terra 1 cioè la Luna (e'') .

(b'') Anche Giove è facile a distinguersi da chiunque a occhio nudo per la sua luce chiara e viva benchè sempre assai meno viva di quella di Venere.

(c'') E' sì debole la luce di Saturno che non così facilmente si distingue senza telescopio comparendo egli piccolissimo benchè sia un de' più grossi pianeti.

(d'') Tanto è vero che non si vede Urano a Herschel se non con un ottimo canocchiale, che ad onta degli *acromatici* di Dollond, per iscoprirlo nel 1781 è stato a William Herschel necessario il suo canocchiale, che poi ridotto da lui stesso all'ultima perfezione ha condotto questo grand' Astronomo ad inaspettate scoperte.

(e'') Ai pianeti quì nominati dall'A. ve ne sono ora da aggiungere altri due. Il primo fu scoperto nel 1 Gennajo 1801 dal ch. P. Piazzi Astronomo di Palermo da lui chiamato *Cerere Ferdinandea*, che rilevò essere un pianeta primario la cui orbita intorno al sole è fra quella di Giove e di Marte. Infatti 40 anni fa Lambert e ultimamente il celebratissimo Bode Astronomo di Berlino avevano osservato una legge fra le distanze de' pianeti dal sole, la quale restando interrotta fra Marte e Giove dava a congetturare che framezzo ad essi dovesse essere un altro pianeta. Opportunamente toglie Cerere una tale interruzione, giacchè supposta la distanza di Saturno dal Sole divisa in 100 parti eguali si hanno le distanze degli altri pianeti nell'ordin che segue:

Vol. I.

i

100. La Luna ☾ si muove in un'orbita ellittica di cui il centro della terra occupa uno de' fuochi. Preso il semi-

1. ♀ - - - 4
2. ♀ - - - $4 + 3 = 7$
3. ♂ - - - $4 + 2 \cdot 3 = 10$
4. ♂ - - - $4 + 2 \cdot 2 \cdot 3 = 16$
5. ♀ - - - $4 + 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 28$
6. ♀ - - - $4 + 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 52$
7. ♀ - - - $4 + 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 100$
8. ♀ - - - $4 + 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 196$.

Dal che si rileva che le distanze de' pianeti aumentano nella progressione di 3, 6, 12, 24, 48, 96, 192, essendo $196 - 4 = 192$, $100 - 4 = 96$, $52 - 4 = 48$, ec.

Quindi chiamando a la distanza media di Mercurio, cioè del 1.^o pianeta, dal Sole, ed a' quella del 2.^o, si ha la distanza del pianeta $N^{\text{mo}} = a + 2^{n-2} (a' - a)$.

Ora la distanza media di Cerere dal Sole è 2,769964, l'eccentricità 0,0814064, e l'inclinazione all'eclittica $10^{\circ} 37' 57''$. La sua rivoluzione tropica è $1679,84^{\text{gi}} = 4^{\text{an}} \cdot 7^{\text{m}} \cdot 9^{\text{s}} \cdot 20^{\text{sc}} \cdot 15'$, la siderica è $1680,17^{\text{gi}}$, e la sinodica $456,85^{\text{gi}}$. È distante da noi 95 milioni di leghe fr. di circa $2\frac{1}{2}$ miglia nostre per lega, considerata sempre la distanza media.

L'altro pianeta fu scoperto il 28 Marzo 1802 dal Dr. Olbers Astronomo di Brema da lui chiamato *Pallade* e dagli altri *Pallade Olbersiana*, la cui orbita è pure fra Giove e Marte. Secondo gli elementi calcolati dal Dr. Gauss Astronomo di Brunswick riferiti nel giornale di Gotha dal dottissimo Barone di Zach Direttore della Specola Ducale di Seeberg presso Gotha, la distanza media di Pallade dal Sole è 2,770552, l'eccentricità 0,2476402, e l'inclinazione all'eclittica $34^{\circ} 39' 10''$, 7; e la sua rivoluzione tropica è secondo il calcolo di Burckhardt di $4^{\text{an}} \cdot 8^{\text{m}} \cdot 3^{\text{s}}$, e la sua media distanza da noi è 96 milioni di leghe fr. Nel 1 Agosto 1802 la distanza di Pallade dalla Terra era di 3 semidiametri dell'orbita terrestre, e in quest'anno 1803 secondo i calcoli di Olbers e Gauss ne sarà distante $2\frac{1}{2}$ nel tempo della sua opposizione col Sole verso la fine di questo mese di Giugno.

Per essere ambedue questi pianeti piccolissimi si rende difficile il determinarne il vero diametro. Secondo Oriani e Schroeter il lor diametro apparente non giunge a $3''$: sul che non si sa intendere

di diametro della terra per unità, la distanza media della Luna è di $60 \frac{1}{2}$ semidiametri terrestri; la sua eccentricità è variabile, ma la media è $3 \frac{1}{3}$ semidiametri terrestri; e il piano della sua orbita con l'eclittica fa un angolo di 5° e minuti essendo variabile la sua inclinazione. Nel moto della Luna intorno alla Terra le due linee degli apsi e de' nodi non vanno parallele, essendo il moto della prima diretto, e retrogrado quello dell'ultima; la prima impiega circa 9 anni nella sua rivoluzione, l'ultima 19. La durata poi della rivoluzione siderea della Luna o il suo tempo periodico è $27^{\text{r}} 7^{\text{o}} 43' 11'' 36'''$, e gira esattamente sul suo asse nel tempo stesso.

come Herschel gli trovi 10 volte in circa più piccoli, mentre fa il diametro apparente di Pallade $0,1''$ e di Cerere $0,2''$; poichè come mai un corpo opaco sì piccolo può rifletter tanta luce da rendersi visibile?

E' da osservarsi che questa inclinazione di 10° che ha Cerere all'eclittica ci obbliga ad estender lo zodiaco ($\S. 168. 4.^\circ$). Infatti non allontanandosi Venere che d' 8° in circa si diceva esser la larghezza dello zodiaco 16° . Ma Cerere potendo andare fino a $18^\circ \frac{1}{2}$, si dovrà dare allo zodiaco la larghezza di 37° . E questa quanto maggiore non dovrà farsi a motivo della grandissima inclinazione che ha Pallade di 37° ?

Intanto il cel. Oriani riflette che, avendo Pallade e Cerere la stessa media distanza dal Sole e però il medesimo moto medio e tempo periodico, non resta turbata la suddetta legge d'analogia fra le medie distanze planetarie. Anzi il Dr. Olbers su tal circostanza fonda la sua congettura che Cerere e Pallade sian frammenti di un gran pianeta esistito fra Giove e Marte, e crede che la frequente variabilità di splendore osservata in ambedue questi corpi celesti provenga dal non presentarci e rifletterci ognora nella lor rotazione la stessa quantità di luce per non esser essi rotondi. Se è così, quanti altri pianeti non si scopriranno fra Giove e Marte al par di Cerere e Pallade? non ne saranno de' simili di altri pianeti esistiti e spezzatisi egualmente fra Giove e Saturno, fra Saturno e Urano, ec. ec.? qual gran numero di pianeti non farà nobil corteggio al nostro Sole nel nostro vasto sistema planetario?

161. Preso ora per unità il semidiametro dell'equatore di Giove alla di lui media distanza dal sole, si ha per i di lui satelliti rispetto a lui stesso per il più vicino o per il - - -

	distanza media	tempo periodico			
1. ^o	5,69	1 ^{r.}	18 ^{or.}	27'	33''
2. ^o	9,06	3	13	13	42
3. ^o	14,46	7	3	42	33
4. ^o	25,43	16	16	32	8

162. Fatto l'istesso a Saturno si ha per il più vicino o per il - - - - -

	distanza media	tempo periodico			
1. ^o	3,03	0 ^{r.}	22 ^{or.}	40'	46''
2. ^o	3,95	1	8	53	9
3. ^o	4,89	1	22	18	27
4. ^o	6,26	2	17	44	22
5. ^o	8,75	4	12	25	12
6. ^o	20,29	15	22	34	38
7. ^o	50,15	79	7	47	0

163. Fatto lo stesso anche ad Urano si ha per il più vicino o per il - - - - -

	distanza media	tempo periodico			
1. ^o	13,12	5 ^{r.}	21 ^{or.}	25'	0''
2. ^o	17,02	8	17	1	19
3. ^o	19,84	10	23	4	0
4. ^o	22,75	13	11	5	1
5. ^o	45,50	33	1	0	40
6. ^o	91,00	107	16	40	0

164. Dopo ciò paragonando le distanze medie o de' pianeti o de' satelliti colla durata delle lor rivoluzioni siderce, si trova il bel rapporto scoperto da Keplero, cioè che ogni qualvolta più corpi girino intorno al medesimo punto, i quadrati de' tempi periodici son fra loro come i cubi delle lor medie distanze da esso.

165. Ma oltre questi corpi, si scorgono di quando in quando negli spazj celesti degli astri che, sul principio indiscernibili, aumentan poi di dimensioni e di velocità, in seguito diminuiscono e finalmente cessano d'esser visibili, e

son per lo più accompagnati da una lunga coda che sempre apparisce dalla parte opposta al sole: si chiaman *comete*. Lungi dall'esser esse, come credevasi nei secoli addietro, funeste meteore dell'atmosfera, l'analogia e l'osservazione c'insegnano esser le comete corpi opachi al par de' pianeti che si muovono in ellissi eccentricissime, uno de' cui fuochi è occupato dal sole, ed esser proporzionali ai tempi le aree descritte dai loro raggi vettori.

Questo succinto prospetto del sistema planetario è perfettamente conforme all'osservazioni astronomiche, e si conferma facilissimamente con quanto siamo per dire.

C A P. II.

Dei fenomeni prodotti dal moto della terra e degli altri pianeti.

166. Bisogna prima di tutto riflettere che non potendo noi osservare il moto assoluto de' corpi, ci si rende sensibile il solo moto relativo; giacchè intorno all'asse terrestre muovonsi tutti i corpi terrestri, e intorno al Sole si muove il centro dell'asse terrestre mentre è il Sole stesso trasportato negli spazj celesti insiem colla terra e gli altri pianeti. Intanto vi è la differenza fra il moto relativo e l'apparente, che il primo è un cambiamento di posto rispetto ai corpi vicini, ed il secondo un cambiamento osservato nella lor situazione; ora il cambiamento osservato nella situazione de' corpi quasi sempre differisce dal cambiamento reale. Infatti noi vediamo gli oggetti come dipingonsi nel nostro occhio; e però il rapporto apparente degli oggetti è lo stesso di quello che esiste fra le loro immagini dipinte sulla retina, e il cambiamento di rapporto delle immagini per il movimento de' corpi non è quasi mai lo stesso del cambiamento di rapporto fra i corpi stessi: in una parola il moto relativo è indipendente dal moto dell'immagine, e il moto apparente cambia quando lo spettatore cangia di posto; il pilota trasportato in un vascello ne fa continuamente l'esperienza. Ora se un corpo è situato fra un piano e l'occhio, le parti

del piano si dipingono sulla retina accanto alle parti dell'immagin del corpo; dobbiam perciò riportare alla medesima distanza il corpo e le parti del piano, onde il corpo dee parerci applicato sul piano qualunque sia la distanza che ve lo separa. Ed ecco il perchè riferiamo tutti i corpi celesti a quella volta immaginaria che ci sembra essere il limite dello spazio; ed ecco il perchè anche le Luna la cui distanza dalla Terra svanisce relativamente alla distanza di Urano, ci sembra situata con questo pianeta nella region delle stelle. E ciò basta per determinare il moto apparente, dato il moto d'un corpo qualunque e il moto della Terra. Ora lo spettatore terrestre nel contemplare il cielo, sebbene agitato da differenti moti, crede d'essere in riposo nel centro d'una sfera che egli immagina ai confini dello spazio dove sono le stelle. L'orbe della Terra è sì piccolo relativamente al diametro di questa sfera, che il suo centro non è sensibilmente cangiato, benchè sia lo spettatore trasportato con la Terra; quindi in ogni tempo e in tutti i punti della superficie della terra immaginiamo la medesima sfera a cui riferiam tutti gli astri e che chiamiamo *sfera celeste*. Se dunque concepiamo una linea che termini a questa sfera passando per la terra ed un corpo, abbiamo il luogo apparente del corpo; e quando la terra o il corpo o ambedue insieme si muovono, si muove ancor questa linea, e quella che descrive la sua estremità nella sfera celeste rappresenta il moto apparente del corpo; onde il moto apparente è lo stesso quando la terra o il corpo si muove, o anche quando muovonsi ambedue, purchè la linea che passa per la terra e il corpo non sia trasportata con un moto parallelo; poichè se si movesse parallela a se stessa il corpo sarebbe costantemente riferito al medesimo punto della volta celeste per essere allora lo spazio percorso dall'estremità della linea che termina alla sfera celeste, eguale allo spazio percorso dalla Terra, il quale spazio svanisce relativamente all'immensa distanza delle stelle da noi.

167. *Fenomeni del Sole*. La Terra nella sua orbita sia nel punto T, e sia (Fig. 68.) *rs* una porzion della sfera celeste; essendo il Sole in S, il suo luogo apparente è in s,

e mentre la terra si muove da T in t , il sole sembra muoversi da s in r ; onde nel tempo stesso che la terra impiega a percorrere l'intera sua orbita, il sole pure sembra descrivere un'orbita simile a quella della terra. Chiamasi *eclittica* questa via apparente del sole, che è la sezione della sfera celeste col pian dell'eclittica continuata fino a questa sfera. L'eclittica intanto si divide in 12 parti eguali dette *segni* cioè Ariete γ , Toro τ , Gemelli Π , Cancro $\♋$, Leone $\♌$, Vergine $\♍$, Libbra $\♎$, Scorpione $\♏$, Sagittario $\♐$, Capricorno $\♑$, Acquario $\♒$, Pesci $\♓$; e si è preso il primo punto d'Ariete per il principio dell'eclittica, benchè non sia tal punto costante, e sia perciò la causa per cui l'orbite de' pianeti, che cangian sì poco da potersi riguardar come immobili, non serbano la stessa situazione riguardo ad esso punto, che poi determineremo. Dal che si vede che la velocità del Sole nel suo moto apparente dipende dalla velocità del moto angolar della terra per rapporto al centro del Sole: il qual moto aumenta e per la diminuzione della distanza del Sole e per l'aumento della velocità della terra, due cause che sempre insiem concorrendo rendono il moto apparente del Sole sensibilmente irregolare.

168. Si noti intanto 1.^o che la *longitudine del Sole* è la sua distanza dal primo punto d'ariete misurata secondo la serie naturale de' segni; e così si misura la longitudine degli Astri sull'eclittica a cui si rapportano, immaginando un gran circolo ad essa normale che passi per il centro dell'astro di cui si cerca la longitudine; il punto poi in cui questo la taglia determina la longitudine dell'Astro: 2.^o che la *latitudine d'un'Astro* è la sua distanza dall'eclittica misurata con l'arco d'un gran circolo normale ad essa compreso fra l'astro e l'eclittica, il qual circolo si chiama *circolo di latitudine*: 3.^o che se si concepisca al centro della sfera celeste una normale al pian dell'eclittica, chiamansi *poli dell'eclittica* i punti in cui questa linea taglia la sfera: 4.^o che si chiama *Zodiaco* una Zona che si concepisce nel cielo divisa in due parti eguali dall'eclittica e terminata da ogni lato da un circolo a lei parallelo e di-

stante da essa d'8°: la piccola inclinazione dell'orbita della Luna e de' pianeti è quella che non ci fa mai vedere alcun corpo del sistema planetario fuori dello Zodiaco: 5.° che i corpi celesti sono *in congiunzione* quando si rapportano al medesimo punto della sfera cioè quand'hanno la medesima longitudine, e sono *in opposizione* quando si rapportano ai punti diametralmente opposti della sfera celeste cioè quando le lor longitudini differiscon di 180.°

169. *Fenomeni de' pianeti.* Sia S il Sole, (Fig. 69.) A V B u l'orbita d'un pianeta inferiore, la Terra sia in T, e sia axb una porzione della sfera celeste; il luogo apparente del Sole è x . Se da T si conducano all'orbita del pianeta le tangenti T A a, T B b, è chiaro che xa , o xb (§. 148) sarà nel suo moto apparente la più gran distanza del pianeta dal Sole, la quale accompagnerà per così dire il Sole nel suo moto apparente intorno alla terra: la distanza apparente di un pianeta dal Sole si chiama la sua *elongazione*, la quale varia perchè la terra e il pianeta si muovono in orbite ellittiche; xa , o xb è la più grande elongazione.

170. L'orbita della terra abbracciando quella de' pianeti inferiori, non può mai la terra trovarsi fra essi e il Sole, onde essi non son mai in opposizione col Sole. Ed essendo questi meno distanti dal Sole della terra compiscon le loro rivoluzioni in un tempo più breve, onde passando fra la terra ed il Sole si muovono in seguito al di là del Sole per rapporto alla terra, cioè si trovan due volte nella loro rivoluzione siderea in congiunzione col Sole e allorchè sono fra il Sole e la Terra e allorchè il Sole è fra loro e la terra: la prima si chiama *congiunzione inferiore*, e la seconda *superiore*. Nell'inferiore il pianeta passa da A in V, da V in B, mentre apparisce descriver nella sfera celeste l'arco axb , e così il moto apparente del pianeta è retrogrado: nella congiunzion superiore il pianeta passa da B in v, da v in A mentre apparisce descriver l'arco bxa , e così il moto del pianeta è diretto nella congiunzion superiore e nelle di lei vicinanze; dal che si rileva che il pianeta dee comparir senza moto o *stazionario* nel suo passaggio dal moto

diretto al retrogrado, il che accader dee quando l'orbe del pianeta nel punto in cui trovasi è in tal modo inclinato all'orbe della terra nel punto in cui ella è, che tirata la linea td parallela e poco lontana da TD , la velocità del pianeta nel suo orbe stia alla velocità della terra :: $Dd : Tt$, perchè queste piccole linee son percorse nel tempo stesso, e la linea condotta per la terra e il pianeta è portata con un moto parallelo che non cangia il luogo apparente del pianeta. L'orbe poi d'un pianeta essendo inclinato al pian dell'eclittica non apparisce nell'eclittica che quando è in un nodo, abbandonando il quale sembra allontanarsene or più or meno in curva irregolare che taglia l'eclittica.

171. Dopo aver veduto i fenomeni de' pianeti inferiori prodotti dal moto della terra vediamo quelli che dipendono dal proprio moto e vediamo in specialtà le loro fasi. Sia T la terra, (Fig. 70.) S il Sole, e A, B, C, u, D, E, F, V un pianeta inferiore nella sua orbita, per es. Venere. Risplendendo per una luce avuta dal Sole, l'emisfero che è rivolto dalla parte del Sole è il solo che sia illuminato. Dunque lo spettatore terrestre non può vedere il pianeta in V , ed in u il pianeta offrirebbe l'aspetto d'un circolo intero di luce se l'atmosfera solare non intercettasse tutti i suoi raggi; partendo da u il pianeta apparisce sotto la forma d'una mezza luna luminosa che continuamente scema finchè svanisce in V , e quindi successivamente cresce cangiando di figura finchè l'emisfero illuminato si confonde con l'emisfero visibile. Che se il punto V dell'orbita del pianeta inferiore è un nodo, il pianeta apparisce sul disco stesso del Sole, e si osserva una macchia nera che muovesi sulla superficie di esso: ma allora propriamente parlando non vediamo il pianeta, solo scopriamo il luogo dove egli essendo come posto sul Sole c'involta i suoi raggi. Si noti che il diametro apparente d'un pianeta inferiore è al suo *maximum* quando è alla sua più piccola distanza dalla terra; l'emisfero illuminato è allora il più grande possibile; ma a misura che il pianeta s'avvicina alla terra la parte illuminata visibile scema, cosicchè cresce la luce per un motivo e scema per

l'altro: vi è dunque una distanza media in cui la luce riflessa dal pianeta è la maggior possibile (f'').

172. L'orbe de' pianeti superiori abbraccia quel della terra, e la velocità della terra è maggior di quella di questi pianeti; onde la terra nel suo moto passa fra i pianeti superiori ed il Sole, ed essi sono allora in opposizione con lui. Ora nell'opposizione i pianeti superiori hanno un moto apparente retrogrado. Sia M (Fig. 71) un pianeta superiore, S il sole, THBC l'orbita della terra, DFG una porzione della sfera celeste. Quando la terra è in T, il luogo apparente di M è in D, ed è in F quand'è in H la terra, e quando questa è in B egli è in G; onde mentre la terra percorre l'arco THB, il pianeta apparisce descrivere nella sfera celeste l'arco DFG, e per il suo moto apparente è retrogrado nell'opposizione, ed è diretto nella congiunzione come quello di Mercurio e di Venere nelle lor congiunzioni superiori. La latitudine poi dei pianeti superiori varia come quella degl'inferiori per rapporto all'inclinazion delle loro orbite al pian dell'eclittica. Di più la gran distanza di Giove, Saturno ed Urano fa che i loro

(f'') Quando appunto la luce di Venere è la maggior possibile rispetto a noi in certe circostanze assegnate da Halley e più semplicemente da Cagnoli, ci si rende questo pianeta visibile anche in pieno giorno. Questi due (La-Lande, *Astronomie* n.° 1197) profondi Astronomi hanno trovato col calcolo che un tal curioso fenomeno si osserverà ogni qual volta, in parità di tutte le altre circostanze, Venere è circa $39^{\circ}\frac{2}{3}$ lontana dal Sole 69° avanti e dopo una sua congiunzione inferiore, perchè allora la situazione di Venere rapporto alla Terra è la più propria per tramandare a noi la sua più gran luce, mentre essendo allora illuminato $\frac{1}{4}$ in circa del suo disco passa al meridiano $2^{\text{ore}}\ 38'$ avanti o dopo il Sole; cioè accadrà ciò almeno ogni 8 anni nella stessa stagione e nelle stesse circostanze, come per togliere ogni timore ed equivoco rifletter fece nell'occasione suddetta in un breve articolo della Gazzetta di quel tempo il mio illustre collega P. Gaetano Del-Ricco; giacchè le stesse congiunzioni inferiori di Venere ritornano al termine di 8 anni meno 1 ovvero 2 giorni, a cagion de' bisestili, per quanto si vede dalla seguente tavola e da altre tavole che si possono formare sulle relazioni delle Efemeridi antiche e moderne.

emisferi illuminati dal Sole sian visibili per tutto sulla superficie della terra, e perciò appariscon sempre sotto una forma sferica, al contrario di Marte che comparisce un poco convesso fra la sua congiunzione ed opposizione col Sole. Inoltre è da avvertirsi che Saturno è cinto d'un anello visibile solo col telescopio, la cui larghezza non supera mai il diametro del pianeta per lo spettatore posto sulla superficie della terra; anello invisibile 1.^o quando il pian dell'anello prolungato passa per la terra, perchè allora la grossezza dell'anello non è sensibile; 2.^o quando il suo piano prolungato passa fra il Sole e la Terra, perchè allora la superficie illuminata dell'anello non è volta verso la terra: nei quali due casi Saturno apparisce sotto una forma sferica, e nell'ultimo i raggi intercetti dall'anello formano sulla superficie del pianeta una macchia simile a quella che viene dall'ombra dell'anello (g'').

9 Gennaio 1771	7 Gennaio 1779
12 Agosto 1772	10 Agosto 1780
23 Marzo 1774	21 Marzo 1782
24 Ottobre 1775	22 Ottobre 1783
1 Giugno 1777	30 Maggio 1785

Non è dunque vero, per quanto potrebbe a prima vista credersi, che la maggior luce di Venere rispetto a noi sia nel punto della sua congiunzione superiore o quando Venere è piena, perchè allora è nella sua maggior lontananza da noi, e questa sua massima distanza da noi fa che la sua luce rispetto a noi scemi in un rapporto più grande di quello in cui la luce stessa aumenta per il maggior lume che allor riceve dal Sole.

(g'') L'anello di Saturno è una corona larga, sottile e rotonda benchè per la sua inclinazione comparisca ovale, la quale circonda Saturno senza toccarlo con essergli concentrica e lontana egualmente dalla di lui superficie in tutti i punti. Il diametro di quest'anello sta a quello del globo di Saturno :: 7 : 3, e lo spazio fra il globo e l'anello è quasi eguale alla larghezza della corona. Non meritano gran considerazione le varie spiegazioni di questa particolarità di Saturno immaginate da Cassini, Maupertuis, Mairan e Buffon per non esser fondate sopra alcun dato soddisfacente.

173. *Fenomeni della Luna.* La Luna nel fare la sua rivoluzione intorno alla terra, spesso dee ritrovarsi in congiunzione col Sole ed altrettante in opposizione. Pure tal cosa non accade in ogni rivoluzione della Luna nella sua orbita. Quando dopo un'intera rivoluzione di $27^{\circ} 7' 43'' 11' 36'''$ ella ritorna al medesimo punto dove ell'era in congiunzione col Sole, il Sole si è allontanato da questo punto di circa 27° dimodoche essa non raggiunge il Sole che in virtù dell'eccesso del suo moto su quello di quest'astro, eccesso che chiamasi *moto sinodico lunare*. Ora la durata della rivoluzione sinodica della Luna è $29^{\circ} \frac{1}{2}$, e però sta all'anno tropico quasi nel rapporto di 19:235, cioè 19 anni solari formano quasi 235 mesi lunari.

174. Quando la Luna è in congiunzione col Sole il suo emisfero illuminato non è rivolto verso la terra ed ella è invisibile. Sia T la Terra (Fig. 72) e la Luna in N fra il Sole e la Terra; l'emisfero illuminato è mLi che non può esser visto dalla superficie della terra. Ma mentre la Luna si porta dalla congiunzione all'opposizione nella sua orbita, l'emisfero illuminato che è sempre dalla parte del Sole diviene viepiù visibile allo spettatore terrestre; dal che segue che sembra rinascere dopo la congiunzione, e apparisce sotto la forma d'un debole arco luminoso che aumenta a misura che s'allontana, e diviene un circolo intero di luce quando la Luna è in P in opposizione col Sole; e quando passa dall'opposizione alla congiunzione, il circolo di luce si cangia in un arco che scema nella proporzione con cui era cresciuto finchè la Luna sia giunta di nuovo alla congiunzione. Ora si chiamano *sizigie* i punti dell'orbita in cui la Luna si trova in congiunzione o in opposizione col Sole; è *nuova* nella congiunzione, *piena* nell'opposizione: e si chiamano *quadrature* i punti dell'orbita in cui la Luna è lontana dal Sole di 90° , o 270° misurati secondo la direzione del suo moto proprio; ne quali due punti detti il *primo* e *secondo quarto* della Luna noi vediamo quasi la metà del suo emisfero illuminata.

175. *Eclissi.* La Luna non può eclissarsi che per l'interposizione d'un corpo opaco che è in tutto o in parte

le involi la luce del Sole, il qual corpo opaco è ad evidenza la Terra, perchè l'eclissi lunari accadon solo nell' opposizione, cioè quando la Terra è fra il Sole e la Luna. La Terra getta in un senso opposto al Sole un cono d'ombra il cui asse si trova sulla retta che unisce i centri della Terra e del Sole e si termina al punto in cui i diametri apparenti di questi due corpi sono gl'istessi; i quali diametri visti dal centro della Luna in opposizione e nella sua media distanza sono quasi di 5920'' per il Sole e di 21352'' per la Terra, onde la lunghezza del cono d'ombra terrestre è almeno tre volte più grande della distanza della Luna dalla Terra, e la sua larghezza nei punti in cui è attraversata dalla Luna è più del doppio del diametro lunare. Dunque vi sarebbe eclisse lunare ogni qual volta la Luna è in opposizione col Sole se ella si movesse nel pian dell'eclittica; ma in virtù della sua latitudine che che può variare da 0' fino a 5°, accade che la Luna nelle sue opposizioni è spesso abbassata al di sotto o elevata al di sopra del cono dell'ombra terrestre; cosicchè quando soltanto la latitudin della Luna è nulla o piccolissima cioè quando soltanto l'opposizione della Luna col Sole si fa in un nodo o presso a un nodo, è eclissata la Luna, ed apparisce nell'eclittica che da ciò ha avuto tal nome. Sia infatti (Fig. 73) OO l'orbita della Luna, RR il piano dell'eclittica, il centro del cono dell'ombra terrestre è sempre in questo piano. Il punto d'intersezione del piano dell'eclittica con quello dell'orbe lunare è N. Se l'ombra terrestre è in A, la Luna che nella sua opposizione col Sole passa per il punto F della sua orbita, non resta eclissata; se è in C, il suo disco penetra in parte l'ombra terrestre che è in B, e l'eclisse è *parziale*; se è in I essendo l'ombra terrestre in D, il suo disco s'immerge interamente nell'ombra terrestre, e l'eclisse della Luna è *totale*; finalmente è *centrale* quando il centro della Luna passa per il centro dell'ombra terrestre, il che accade quando la Luna nella sua opposizione col Sole è in un nodo N. Ora siccome la durata media d'una rivoluzion solare per rapporto al nodo dell'orbe lunare è quasi di $346\frac{1}{2}$ giorni,

e la durata d'una rivoluzion sinodica della Luna è prossimamente::223:19; così dopo un periodo di 223 mesi lunari il Sole e la Luna sono nella stessa posizione relativamente al nodo dell'orbita lunare, e le eclissi debbono prossimamente ritornare per epoche fisse facili a predirsi (h''); sebbene il ritorno di questi due astri non è perfettamente rigoroso per rapporto al nodo, perchè l'ineguaglianza de' moti del Sole e della Luna vi producono delle differenze sensibili.

Ma non cessa la Luna d'esser visibile nella durata dell'eclisse per motivo della *refrazione* cioè della deviazione che soffrono i raggi solari penetrando obliquamente l'atmosfera della Terra, vale a dire avvicinandosi alla sua superficie passano i raggi da un mezzo più raro in un più denso e però restan piegati a ogni istante e forzati a descrivere una curva la cui concavità è rivolta verso la Terra. Dunque l'ombra terrestre non è ombra perfetta e però la Luna non dee cessare d'esser visibile nel tempo dell'eclisse. Anzi la luce che l'illumina divien maggiore nell'eclissi apogee che nelle perigee, perchè i vapori e le nuvole possono indebolirle a segno da render la Luna affatto invisibile nel tempo dell'eclisse, come ce ne dà alcuni esempi la storia dell'astronomia.

176. Quando nella congiunzion del Sole e della Luna questa che è fra lui e la Terra ci toglie o affatto o in parte la luce del Sole, diciamo esservi eclisse solare. La Luna è senza paragone più piccola del Sole, e intanto è piccolissima la differenza fra i loro diametri apparenti per esser la distanza del Sole dal centro terrestre senza paragone più grande di quella della Luna da esso centro; e siccome variano le distanze così cangia il rapporto dei diametri apparenti del Sole e della Luna in modo, che i diametri son talvolta eguali e talvolta si superano a vicenda l'un l'altro. Se la congiunzion del Sole e della Luna accade in un

(h'') Quest'epoca è prossimamente di 18 anni e 10 o 11 giorni secondochè nei 18 anni son compresi 3 o 4 bisestili.

nodo e il diametro apparente dell'una superi quel dell'altro, l'eclisse solare sarà *totale*; e se il di lei diametro apparente è più piccolo, lo spettatore terrestre vedrà un anello luminoso formato dalla parte del Sole che sbocca fuori dal disco della Luna, e l'eclisse sarà *annulare*; ma se la congiunzion della Luna col Sole non accade nel nodo o vicino al nodo, la Luna non involerà allo spettatore terrestre che una parte della circonferenza del disco solare, e l'eclisse sarà *parziale*. Non son però l'eclissi solari visibili in tutti i punti della Terra dove può vedersi il Sole, e di più son differenti nei differenti luoghi dove son visibili, al contrario dell'eclissi della Luna che son le stesse dovunque è visibil la Luna nel tempo in cui accadono. Una tal differenza nasce dal soffrir la Luna nelle sue eclissi una privazione di luce sensibile per tutto e nell'istessa maniera sulla superficie della terra, mentre nell'eclissi solari la luce del Sole non prova alcuna alterazione restando solo intercettata dalla Luna, la quale non l'intercetta a tutti gli abitanti della terra.

177. *Fenomeni del Sole, de' pianeti e della Luna che girano su i loro assi.* Spesso si vedon sulla superficie del Sole delle macchie nere variabili e in numero e in figura e in grandezza e in situazione, le quali qualunque sia la lor natura ci mostrano il moto del Sole sul suo asse; perchè se il Sole non avesse un tal moto non volterebbe successivamente tutta la sua superficie alla Terra che una volta in un anno, mentre l'osservazione costante di queste macchie ci fa vedere che il Sole ce la mostra nell'intervallo di $25\frac{1}{2}$ giorni. Lo stesso vedesi in Marte, Giove e Venere.

178. La Terra pure gira sul suo asse; e intanto lo spettatore terrestre trasportato con lei si crede in riposo e gli compariscon tutti i corpi celesti animati da un moto più o meno rapido che noi chiamiamo *moto diurno*. Infatti sia sulla Terra T (Fig. 74.) uno spettatore che osservi l'oggetto A nella direzione TA. Quando per il moto della Terra la linea TA sarà trasportata in Ta, se l'osservatore considera l'oggetto nella medesima direzione, gli sembrerà aver A descritto l'arco Aa, di modo che quando per il moto

della Terra la linea sarà ritornata nella sua prima posizione TA, sembrerà aver il corpo fatto un'intera rivoluzione. Ma se lo spettatore dirige il suo occhio per l'asse terrestre che è immobile mentre la Terra gira sopra di esso, il corpo che avrà fissato i suoi sguardi gli comparirà senza moto. E così se si suppone l'asse della Terra prolungato alle due estremità, i due punti della volta celeste a cui andrà a terminare, son due punti fissi detti perciò *poli del mondo*, su' quali apparisce girare la sfera celeste e trasportar nel suo moto il sistema intero de' corpi celesti. Debbon dunque tutti gli astri comparirci animati da un moto diurno, il quale nel tempo in cui la Terra fa la sua rivoluzione sul suo asse, fa lor descrivere dei circoli tanto più grandi quanto son più lontani dai poli. Or la retta che unisce i due poli passando per il centro della Terra dicesi *asse del mondo*, il gran circolo della sfera celeste perpendicolare a quest' asse dicesi *equatore celeste*; *meridiani* i circoli il cui piano passa per l'asse della Terra passando tutti per i poli del mondo e perpendicolari all'equatore; e finalmente *declinazione* d'un astro l'arco d'un meridiano compreso fra lui e l'equatore.

179. L'equatore divide la sfera celeste in due emisferi in mezzo ai quali sono i poli del mondo, in conseguenza egualmente lontani da tutti i punti dell'equatore; e perciò gli astri che son nell'equatore ci compariscon descriver l'equatore nel loro moto diurno, mentre gli altri corpi celesti descrivon circoli paralleli all'equatore.

180. L'eclittica e l'equatore sono inclinati l'uno sull'altro per 23° , e si taglian reciprocamente in due punti opposti che sono il principio d'Ariete e il principio della Libbra. Quando il Sole è in questi punti d'intersezione, apparisce descrivere l'equatore col suo moto diurno mentre è nell'equatore trasportato dal suo moto apparente di traslazione: la sua declinazione che è nulla in questi punti, diviene allora ogni giorno più grande, ed il Sole apparisce descriver circoli che ogni giorno scemano finchè la sua declinazione sia giunta al *maximum*, cioè finchè sia lontano dall'equatore di 23° ; ritorna in seguito all'equatore e se ne allonta-

na fino a 23° dalla parte del polo opposto. Ora diconsi *tropici* i circoli i più lontani dall'equatore descritti dal Sole col suo moto diurno; *tropico del Cancro* quel che tocca l'eclittica al primo grado del cancro; *tropico del Capricorno* l'altro al primo grado del capricorno; *polo artico* o boreale il polo del mondo situato dalla parte del tropico del cancro; *antartico* o australe l'opposto; e *circoli polari* i circoli che descrivono i poli dell'eclittica col loro moto diurno intorno ai poli del mondo.

181. Anche la Luna col suo gran numero di macchie invariabili descritte diligentemente dagli astronomi ci fa conoscere che costantemente ella volta alla Terra lo stesso emisfero, e che perciò ha sul suo asse un moto di rotazione che si fa nel tempo stesso del suo moto di traslazione intorno alla Terra. Infatti sia in N (Fig. 72.) la Luna dirigendosi verso la Terra T l'emisfero *mni*. Se essa non avesse un moto di rotazione sul suo asse, quando fosse in B dopo aver percorso il quarto della sua orbita, la linea *mi* si confonderebbe con *ln* e l'emisfero *mni* con *lmn*; dunque la Luna senza il suo moto di rotazione non volterebbe costantemente lo stesso emisfero alla Terra. E perchè l'emisfero voltato alla Terra sia costantemente lo stesso, bisogna che quando la Luna partendo da N è giunta in B, l'emisfero che sarebbe in *lmn* sia in *mni*, e perciò che la Luna abbia fatto un quarto di rivoluzione sul suo asse nel mentre che ha descritto il quarto della sua orbita.

182. Benchè invariabili le macchie della Luna, pure compariscono animate da un moto leggiero per cui si vedono alternativamente avvicinarsi e allontanarsi dai suoi lembi; quelle che ne son più vicine spariscono e ricompariscono successivamente facendo dell'oscillazioni periodiche a cui si dà il nome di *librazione* della Luna. Questo fenomeno ha origine specialmente dall'ineguaglianze del moto della Luna nella sua orbita: il suo moto di rotazione non le divide; onde la Luna essendo nel suo perigeo in cui il suo moto di traslazione è rapidissimo, la parte di sua superficie che per il moto nella sua orbita è opposta alla Terra, non è interamente diretta verso la Terra per il moto di rotazione;

quindi si scopre quella parte di superficie di Luna che non si vedeva per l'avanti, e che ritorna ad essere invisibile quando la Luna è giunta al suo apogeo. Del resto l'asse della Luna è un poco inclinato al piano della sua orbita e nel suo moto intorno alla Terra conserva il suo parallelismo, e perciò cangia di situazione per rapporto allo spettatore terrestre, il quale vede a vicenda l'uno e l'altro polo della Terra e le parti della sua superficie che ne son vicine.

183. *Fenomeni della Terra.* Se finquì abbiamo considerato l'osservatore agitato dai differenti moti da cui è realmente animata la Terra, consideriamolo ora trasportato su i differenti punti della di lei superficie. Egli non vede che la metà del Cielo. Quel circolo che nella sfera celeste separa la parte visibile dall'invisibile, quando i raggi non son intercetti dall'ineguaglianze della superficie terrestre, si chiama *orizzonte*, il cui piano tocca la terra nel punto in cui è lo spettatore. Sia (Fig. 75.) la Terra T, lo spettatore in S, PE *pe* la sfera celeste, HH l'orizzonte: come che il raggio terrestre svanisce relativamente all'immensa distanza delle stelle da noi, si può prendere per l'orizzonte HH il piano *hh* parallelo al primo che passa per il centro della Terra; il primo si chiama *orizzonte sensibile*, l'altro *razionale*; e si dice che gli astri si levano quando compariscono sull'orizzonte, e tramontano quando vi van sotto. Si chiama *zenith* il punto della volta celeste a cui va a terminar la verticale d'uno spettatore terrestre, e *nadir* il punto diametralmente opposto, i quali due punti son i poli dell'orizzonte. Chiamasi *linea meridiana* la sezione del piano d'un meridiano che passa per lo spettatore dal nord al mezzo giorno; e allora chiamasi parte orientale la parte del cielo da cui vediamo nascere gli astri, ed occidentale l'opposta da cui gli astri tramontano: la linea meridiana che concepiamo prolungata da una parte e l'altra fino alla volta celeste sul piano dell'orizzonte separa queste due parti; ora chiamasi *oriente* quel punto in cui una normale alla linea meridiana condotta per il luogo dello spettatore verso la parte orientale va a terminare alla sfera celeste, e il punto opposto l'*occidente*. L'*ampiezza* poi d'un astro è l'arco dell'oriz-

monte compreso tra il punto d'oriente o d'occidente e il punto in cui si leva o tramonta quest'astro; la prima si chiama orientale, la seconda occidentale, essendo inoltre l'una e l'altra o settentrionale o meridionale. E finalmente si chiama *altezza* d'un astro la sua elevazione sull'orizzonte, la quale si misura coll'arco d'un circolo normale all'orizzonte al di cui centro sta lo spettatore, compreso fra l'astro e l'orizzonte.

184. Se gli astri sono a una gran distanza, la loro altezza non è sensibilmente differente o sia l'osservatore sulla superficie o al centro della Terra; ma è sensibile la differenza dell'altezze quando gli astri non sonontanissimi, differenza che si chiama *parallassi*. Sia T il centro (Fig. 76.) della Terra, O il luogo dell'osservatore, A il luogo dell'astro, Z lo zenith, ZOT la verticale, OH l'orizzontale, ALP l'orbita dell'astro, HDZ una porzione della volta celeste. L'astro situato in A veduto dal centro T si riporterebbe al punto B della volta celeste, mentre è riportato al punto H visto dal punto O dove è l'osservatore: tal differenza d'altezze è espressa dall'angolo $BAH = OAT$ formato al centro dell'astro da due rette condotte l'una dal centro della Terra, l'altra dal punto ov'è l'osservatore. Dunque la *parallassi* è l'angolo sotto il quale si vedrebbe dal centro dell'astro il semidiametro della Terra. Dicesi *orizzontale* se l'astro è all'orizzonte dove è il suo *maximum*; in seguito diminuisce a misura che l'astro s'alza sull'orizzonte e divien nulla allo zenith, perchè se l'astro dianzi supposto in A si alza fino al punto L della sua orbita, l'angolo parallattico diventa OLT minore di OAT e divien nullo quando l'astro è allo zenith Z, dove il suo luogo apparente è lo stesso sia l'osservatore o al centro T o al punto O della Terra.

185. Ora è facile conoscere la *parallassi* orizzontale d'un astro conoscerne anche la sua distanza dal centro della Terra; poichè essendo per supposizione cognito l'angolo TAO, ed AOT essendo retto per essere OH l'orizzontale, e conosciuto il semidiametro TO della terra che è 7000000 metri è facile risolvere il triangolo TAO e conoscere il lato T esprimente la distanza dell'astro dal centro terrestre. Dunq

per conoscerla basta conoscere la parallassi orizzontale. Esciremmo dai nostri limiti se dar volessimo i differenti mezzi che a tal fine adopran gli astronomi.

186. Ma l'altezze apparenti degli astri cangiano per la refrazione che soffrono i raggi di luce che penetran obliquamente gli strati atmosferici di differente densità. I raggi son piegati per effetto di refrazione e gli astri compariscon più elevati sull'orizzonte di quel che lo siano in realtà: intanto quanto più grande è l'altezza degli astri, tanto più piccola è l'inflessione dei raggi cadendo meno obliquamente sugli strati atmosferici che attraversano; e allo zenith la rifrazione è nulla, anzi è insensibile ancor quando son gli astri a 30° o 30° lontani dallo zenith.

187. Esaminiamo ora le differenti parti del globo. Per determinarle immaginiamo condotti sul globo terrestre i circoli stessi che abbiain concepiti nel cielo, equatore, meridiani, tropici, circoli polari. L'equatore terrestre è nel piano stesso del celeste ed ha per poli i poli della Terra; il meridiano d'un luogo passa per esso e per i poli della Terra, e i suoi poli son l'oriente e l'occidente; i tropici terrestri corrispondono ai celesti benchè in un piano diverso, come pure i circoli polari terrestri corrispondono ai celesti; la latitudine d'un luogo è la sua distanza dall'equatore, e si misura coll'arco del meridiano compreso fra il detto luogo e l'equatore. Determinata la latitudine d'un luogo si determina anche il circolo di latitudine che è un circolo che passa per questo luogo parallelamente all'equatore. Per paragonar poi le situazioni rispettive di differenti luoghi bisogna notargli sopra ciascun circolo di latitudine, il che si fa immaginando un meridiano che passi per qualche luogo rimarchevole, il quale per la sua sezione su tutti i circoli di latitudine determina il punto da cui si misuran le distanze dei luoghi; questo meridiano preso a piacere si chiama il primo meridiano, e si chiama longitudine d'un luogo la distanza di questo luogo dal primo meridiano misurata sul circolo di latitudine del luogo medesimo: gli astronomi tutto riportano al meridiano del luogo delle loro osservazioni. Chiamasi poi altezza del polo l'elevazione del polo al

di sopra dell'orizzonte, a questa è sempre eguale alla latitudine; poichè se HH (Fig. 77.) sia l'orizzonte, CD l'equatore, Z lo zenith, P il polo, sarà l'arco PH l'altezza del polo e la latitudine sarà l'arco ZC , i quali due archi avendo lo stesso complemento ZP sono eguali.

188. Se ora supponghiamo l'osservatore al polo, la sua latitudine è 90° come la sua altezza, onde l'equatore si confonde coll'orizzonte; in questa posizione la sfera è chiamata parallela. Facciamo avanzare l'osservatore dal polo verso l'equatore; la sua latitudine va sempre diminuendo in modo che l'altezza del polo e l'asse dell'equatore diviene tanto più inclinata all'orizzonte quanto più l'osservatore s'allontana dal polo; in questa posizione la sfera è chiamata obliqua. Giunto poi all'equatore è nulla la sua latitudine come l'altezza del polo, i poli dell'equatore son nel piano dell'orizzonte e questi due circoli si tagliano ad angoli retti; in questa posizione la sfera è chiamata retta. Nelle differenti posizioni della sfera ci si offrono differenti fenomeni i principali dei quali sono l'ineguaglianza dei giorni e la differenza delle stagioni, i quali risultano dalla combinazione del moto diurno del Sole col suo moto annuo nell'eclittica.

189. *Ineguaglianza dei giorni.* Nella vita civile si chiama giorno l'intervallo del tempo che scorre dal nascere al tramontare del Sole, e la notte è il tempo in cui il Sole sta al disotto dell'orizzonte; laddove il giorno astronomico è il tempo che scorre dal momento in cui il Sole lascia il meridiano d'un luogo fino a che non ritorna al medesimo meridiano; il qual giorno supera la durata d'una rivoluzione del Cielo che forma il giorno sidereo, perchè mentre nel tempo d'una rivoluzione del cielo il Sole per il suo moto diurno è trasportato da oriente in occidente, egli s'avanza nell'eclittica per il proprio suo moto d'occidente in oriente; e perciò se attraversa il meridiano nel medesimo istante d'una stella, il giorno seguente v'arriverà più tardi, e in un anno passerà al meridiano una volta di meno della stella. Anche i giorni astronomici non son eguali al perchè il Sole non percorre tutti i giorni uno spazio egual nell'eclit-

tica e l'eccesso del giorno astronomico sul sidereo non è costantemente lo stesso, sì perchè l'eclittica è inclinata all'equatore, onde quand'anche il Sole avanzasse egualmente tutti i giorni nell'eclittica, l'eccesso del giorno astronomico sul sidereo non sarebbe costante; poichè il moto del Sole essendo obliquo all'equatore bisogna decomporlo in due (§. 41.) l'uno de' quali sia parallelo e l'altro perpendicolare all'equatore. Per determinar l'eccesso del giorno astronomico sul giorno sidereo non bisogna che considerare il moto parallelo; dunque quest'eccesso è ineguale per la differente inclinazione dell'eclittica e per la differente distanza del Sole dal polo. Questi motivi d'ineguaglianza talor concorrono insieme, talor sono opposti. Il giorno astronomico si divide in 24 parti eguali dette ore ed ogn'ora in 60 minuti, ogni minuto in 60 secondi ec., divisione ormai consacrata dall'uso benchè più semplice assai sarebbe la divisione decimale.

190. L'ineguaglianza dei giorni astronomici dee far variare in differenti giorni le parti che li compongono: gli astronomi gli riducono all'eguaglianza considerando il numero dell'ore di una o più rivoluzioni nell'eclittica e dividendo il tempo totale in tante porzioni eguali quante son l'ore contenutevi, 24 delle quali fanno un giorno: il risultato che ne nasce si chiama *tempo medio*; e la riduzione si chiama *equazione del tempo*: nel determinare i moti periodici dei corpi celesti s'usan sempre giorni ed ore del tempo medio.

191. I punti d'intersezione dell'eclittica con l'equatore si chiamano *equinozi*, perchè in questi due punti il Sole descrivendo l'equatore in virtù del suo moto diurno ed essendo questo circolo diviso per tutti gli orizzonti in 12 parti eguali, il giorno è allora eguale alla notte: e si dicono *solstizj* i punti in cui i tropici toccan l'eclittica, perchè la declinazione del Sole non cangiando sensibilmente quando s'avvicina, e quando comincia ad allontanarsi da essi, dee il Sole comparirci stazionario.

192. La durata del giorno è sempre di 12 ore per tutti i popoli sotto l'equatore, perchè avendo la sfera retta, l'equatore e tutti i suoi paralleli son divisi in due parti eguali

dall'orizzonte; dunque i giorni son sempre eguali alle notti cioè di 12 ore.

193. Gli abitanti dei poli, se ve ne sono, hanno la sfera parallela; la metà dell'eclittica è sul loro orizzonte; il Sole è a loro visibile durante il tempo che impiega a percorrerla; diviene invisibile quando percorre l'altra metà. Dunque questi popoli veggono il Sole nascere e tramontare una volta in un anno, il quale è composto d'una sola notte e d'un sol giorno prolungato bensì dalla refrazione. Gli abitanti del polo boreale hanno il Sole sull'orizzonte quando egli descrive i 6 primi segni dall'ariete fino alla libbra, e però quivi il giorno supera la notte di circa 7 giorni astronomici senza contar l'aumento prodotto dalla refrazione.

194. Gli abitanti della Terra posti fra l'equatore ed i poli hanno la sfera obliqua. L'equatore e tutti i suoi paralleli son tagliati obliquamente dall'orizzonte, l'equatore è tagliato al centro ma i suoi paralleli a differenti distanze dal centro: ed ecco da che nasce la gran varietà nella durata dei giorni. A misura che il Sole s'avanza dall'equatore verso il tropico del cancro, viepiù crescono le sue altezze meridiane sul nostro orizzonte; gli archi dei paralleli che percorre aumentan pure ogni giorno e crescer fan la durata dei giorni, finchè il Sole giunto al tropico del cancro abbia acquistato la sua massima altezza meridiana; quindi riscende verso l'equatore, l'attraversa di nuovo, e di là descrivendo degli archi che scemano ogni giorno giunge al tropico del capricorno dove la sua altezza meridiana è al suo *maximum*; giunto al qual termine rimonta verso l'equatore.

195. La latitudine dei popoli fra l'equatore e i polari è minore di $66^{\circ}\frac{1}{2}$ gradi, come pure la distanza del polo dall'orizzonte mentre la distanza del polo dal tropico è di $66^{\circ}\frac{1}{2}$; dunque i loro orizzonti tagliano il tropico e tutti i paralleli, dunque il Sole deve per loro nascere e tramontare nella durata d'ogni giorno astronomico.

196. La latitudine dei popoli sotto i poli come pure l'elevazione del polo è di $66^{\circ}\frac{1}{2}$; dunque la distanza del polo dall'orizzonte eguaglia la sua distanza dal tropico; e però il tropico tocca leggermente il loro orizzonte, onde una volta

sola in un anno il Sole fa una rivoluzione diurna in cui non discende al disotto dell'orizzonte.

197. Quanto poi ai popoli fra i poli e i polari la lor latitudine e però l'elevazione del polo è maggiore di $66^{\circ}\frac{1}{2}$; la distanza del polo dall'orizzonte supera quella del polo dal tropico, che in conseguenza si trova sull'orizzonte con un numero di paralleli tanto più grande quanto più son presso i poli que' popoli; dunque per essi son tanto più lunghi i giorni e le notti quanto meno lontano dal polo è il luogo che abitano, finchè finalmente al polo in un'anno non vi è che un giorno e una notte.

198. *Stagioni.* Per ispiegar la differenza delle stagioni si consideri che la nostra atmosfera si riscalda per l'influenza de' raggi solari non già quando direttamente parton dal Sole, ma quando vengono irregolarmente riflessi da de' corpi o dalla superficie terrestre: e quest'influenza è tanto più grande quanto meno obliquamente i raggi colpiscono la superficie terrestre: sul che è anche da avvertirsi 1.° che il moto obliquo de' raggi solari si decompone in due (§. 41.) l'uno parallelo e l'altro normale alla superficie terrestre, ed il moto normale che è il solo effettivo scema nel rapporto stesso con cui cresce l'obliquità: 2.° che il numero de' raggi che agiscon sul medesimo punto della superficie terrestre è tanto più considerabile quanto è meno obliqua la loro incidenza. Dal che segue che le cause del calore aumentano al crescer de' giorni per l'avvicinamento del Sole verso il polo ch'è sull'orizzonte: la di lui altezza meridiana diviene allora ogni giorno più grande ed egli sta per più lungo tempo sull'orizzonte, mentre dall'altra parte scema l'obliquità de' raggi: così queste due cause di calore concorrono ad aumentarne l'intensità. Nelle regioni boreali arrivano al *maximum* quando il Sole descrive il tropico del cancro, punto però in cui il calore non è il più grande perchè non è mai l'effetto dell'azione istantanea del Sole. Egli si compone della somma delle azioni successivamente esercitate e non distrutte dall'assenza del Sole, e perciò deve il calore esser maggiore nel discender del Sole dal tropico del cancro all'equatore che nel risalire dall'equato-

re al tropico. L'istesso ragionamento vale per la diminuzione del freddo. Il freddo il più pungente non dee farsi sentire quando l'azione istantanea del Sole è al suo *minimum*, ma dee crescere in tutto il tempo in cui scema la somma delle sue azioni per lungo tempo continuate. Ed ecco l'alternativa costante delle stagioni: la primavera comincia quando il Sole è al primo punto d'ariete; al principio dell'estate è egli al tropico del cancro; il suo apparire al primo punto della libbra annunzia il principio d'autunno; giunto al tropico del capricorno ci dà il principio dell'inverno: nelle regioni meridionali l'estate comincia col nostro inverno, la primavera col nostro autunno ec.

199. Le cause generali che han dato origine alle stagioni sono spesso turbate da cause locali specialmente nelle regioni poste fra i tropici. Nella maggior parte di esse non si osservano che due stagioni, estate ed inverno, e non si distinguono che per la siccità e l'umidità. L'avvicinarsi del Sole allo zenith di qualche luogo è accompagnato da piogge continue che scemano il calore ed ecco l'inverno; quando il Sole se n'allontana scema l'umidità, ed ecco l'estate. E siccome in un'anno il Sole passa due volte per lo zenith de' popoli che son sotto l'equatore, così essi hanno due estati e due inverni, a differenza dei popoli posti verso i tropici, i quali hanno due sole stagioni, perchè quantunque il Sole passi due volte anche per il loro zenith, giacchè è brevissimo il tempo fra questi due passaggi, i due inverni si confondono.

200. *Aurora, e crepuscolo.* Il giorno è indicato dalla presenza del Sole sull'orizzonte. Dacchè cessa d'esservi visibile, il giorno finisce, ma col finire non ci lascia all'improvviso immersi in una notte profonda, giacchè dopo il tramontare e prima del nascer del Sole godiamo d'una luce più o meno viva chiamata *crepuscolo*, di cui è facile determinare la causa. Infatti quando il Sole scende al disotto dell'orizzonte, i suoi raggi non toccan direttamente il globo terrestre; essi attraversando gli strati dell'atmosfera sul principio i più vicini alla terra e però i più densi e i più propri a riflettere i raggi solari, un gran numero di essi son

riflessi, e quelli che nella lor riflessione si dirigon verso la Terra, ne illuminan la di lei superficie; e dipoi allontanandosi sempre più il Sole dall'orizzonte, i suoi raggi cadono su degli strati atmosferici decrescenti in densità, e perciò nello stesso rapporto scema il numero de' raggi riflessi. Quindi il crepuscolo perde ogni istante di sua vivacità, finchè s'estingue affatto allorquando i raggi solari cadono su degli strati atmosferici bastantemente rari per dar loro un passo libero e facile; il che accade quando il Sole al di sotto dell'orizzonte ha percorso 18° d'un gran circolo che passa per lo zenith ed è perpendicolare all'orizzonte: laonde s'immagina quivi un circolo parallelo all'orizzonte che determini il limite del crepuscolo, e che si chiama *finitore*. Quel che accade la sera accader deve in un ordine inverso la mattina quando il Sole s'avanza verso l'orizzonte, poichè il crepuscolo, che allor si chiama *aurora*, dee essere debolissimo quando il Sole tocca il finitore, e la sua vivacità dee in seguito crescere progressivamente a misura che il Sole s'avvicina all'orizzonte.

Nè la durata de' crepuscoli dee essere eguale per tutti gli abitanti della Terra, e neppure per quelli d'uno stesso paese nelle differenti stagioni. Per i popoli che hanno la sfera retta il Sole montando e scendendo perpendicolarmente all'orizzonte, negli equinozj l'arco crepuscolare è l'arco dell'equatore compreso fra il finitore e l'orizzonte, e perciò il crepuscolo dee durare tutto il tempo che il Sole impiega a percorrere sull'equatore un'arco di 18° , cioè $1^{\text{or}} 12'$: e la durata del crepuscolo è maggiore a misura che il Sole s'avanza verso il tropico. Per i popoli che hanno la sfera obliqua la durata de' crepuscoli nell'estate è più grande quanto è maggior la loro latitudine: cosicchè a $48^\circ \frac{1}{2}$ di latitudine boreale, com'è a Parigi, il crepuscolo della mattina comincia quando quel della sera finisce nel giorno che il Sole descrive il tropico del cancro, perchè essendo il polo lontano dall'orizzonte $48^\circ \frac{1}{2}$ il polo è lontano dal finitore $66^\circ \frac{1}{2}$; ma egli è lontano dal tropico $66^\circ \frac{1}{2}$, perchè la distanza del polo dall'equatore è 90° e quella del tropico dall'equatore è $23^\circ \frac{1}{2}$; dunque a $48^\circ \frac{1}{2}$ di latitudine il sole che descrive

il tropico del cancro rasenta co'suoi raggi il finitore e perciò l'aurora comincia nel punto in cui finisce il crepuscolo della sera. Per gli abitanti poi de' poli il crepuscolo dee durar quasi due mesi, perchè confondendosi l'equatore con l'orizzonte dee il crepuscolo durar tanto tempo quanto il Sole ne impiega per allontanarsi 18° dall'equatore, cioè due mesi in circa. Dunque essi non hanno nell'anno che circa due mesi di notte profonda col vantaggio però che in questo tempo la Luna comparisce due volte sul loro orizzonte con starvi ogni volta 14 giorni in circa.

201. *Precessione degli equinozj.* L'asse della Terra è agitato da un leggier moto retrogrado che senza turbarle il parallelismo nè perciò l'inclinazione al pian dell'eclittica fa descrivere alle sue estremità o sia a' poli del mondo, de' circoli da oriente in occidente intorno ai poli dell'eclittica nello spazio di 25920 anni, periodo chiamato l'anno magno. Lo spettatore terrestre credendosi immobile col globo che abita, riferisce questo moto ai corpi celesti, e in conseguenza mentre i poli del mondo si muovono con un moto retrogrado intorno ai poli dell'eclittica, e successivamente passano per tutti i punti da essi poli lontani per $23^{\circ} 29'$, i medesimi punti o piuttosto le stelle che vi son fisse sembrano successivamente avvicinarsi a' poli del mondo e descrivere con un moto diretto circoli che in realtà son descritti dai poli del mondo intorno ai poli dell'eclittica. Tutte l'altre stelle sembrano avere un simil moto perchè conservan fra loro una costante posizione; quindi ci sembra che muovasi la sfera intera delle stelle intorno all'asse della Terra che passa per i poli dell'eclittica, e che esse siano animate da un moto diretto che senza alterar la lor latitudine fa lor descriver de' circoli paralleli all'eclittica. Ora il piano dell'equatore facendo con l'asse terrestre un angolo retto, il moto di questo asse fa girare l'intersezione del piano dell'equatore con quello dell'eclittica, e però i primi punti d'ariete e della libbra sempre opposti fra loro descrivon l'eclittica intera con un moto retrogrado nello spazio di 25920 anni. Questo trasporto del primo punto d'ariete e della bilancia fa che il Sole quando è lontano da

uno di questi punti, vi ritorni prima d'aver compiuto la sua rivoluzione nell'eclittica, fenomeno che ha il nome di *precessione degli equinozi*.

202. *Stelle*. Osservate le stelle col telescopio non ci presentano che punti luminosi, mentre a occhio nudo hanno una grandezza apparente sensibile, che è l'effetto di quella *scintillazione* (i'') per cui differiscono da' pianeti i quali sono ingranditi dal telescopio nelle lor dimensioni. La piccolezza del lor diametro apparente prova che son da noi più lontane de' pianeti; è infatti insensibile la lor parallassi (k''). La

(i'') Il diametro d'una stella è sì piccolo che le minime molecole di materia che passan fra la stella e noi per l'agitazione dell'atmosfera bastano per nasconderci e mostrarci alternativamente la stella. Se perciò sian sì frequenti e sì corte queste alternazioni che appena possa il nostr'occhio distinguer le une dalle altre, le stelle debbon comparirci in una specie di continuo tremolio. Infatti non veggonsi *scintillare* le stelle dove l'aria è pura e tranquilla, come nell'Arabia, e determinatamente a Gomron nel Golfo Persico dove l'aria è sì asciutta e pura che gli abitanti dormono a cielo scoperto sull'alto delle lor case fuori che nell'inverno, in cui soltanto si vede nelle stelle una piccolissima scintillazione, le quali nell'altre stagioni gettano una luce ferma, limpida, viva e brillante.

(k'') Si chiamano *stelle o stelle fisse*, o *fisse* quei corpi luminosi che conservan sempre la stessa distanza fra loro. E' inassegnabile a rigore la lor distanza da noi supposto che sia questa anche eguale in tutte. Infatti il diametro dell'orbita terrestre non ha proporzione sensibile con la loro distanza, giacchè esse compariscono sempre l'istesse in tutti i punti dell'orbita terrestre; cosicchè quando dalle fisse si osservasse tutta l'orbita terrestre il cui diametro è doppio della distanza del Sole dalla Terra, l'orbita terrestre comparirebbe come un punto, e l'angolo che formerebbe alla fissa sarebbe sì piccolo che non è maraviglia se è sfuggito alla diligenza de' più scrupolosi Astronomi. Quando quest'angolo fosse $0,5'$ (il che è superiore di molto alla verità) si troverebbe esser le stelle fisse più di 12000 volte più lontane da noi di quello che ne è il sole. E Huygens calcola che la distanza del Sirio da noi è a quella del Sole da noi :: 27664:1. Quindi senza il minimo dubbio possiamo asserire esser la distanza delle stelle da noi 10000 volte almeno più grande di quella del Sole. Ma è da osservarsi che l'angolo sotto cui quelle di prima grandezza appariscono non è neppure di $1''$, perchè quando la Luna ecclissa e Regolo o Aldebaran

vivacità della luce delle più brillanti paragonata coll'immensità della lor distanza non ci fa dubitare esser lor propria la luce con cui brillano; e per esser le stelle le più piccole sottomesse a' movimenti stessi delle più brillanti con di più esser sempre costante la lor situazione rispettiva, è probabilissimo che tutte le stelle sian dell'istessa natura, siano corpi luminosi con diversi volumi situati a differenti distanze nell'immensità dello spazio, e simili all'astro che c'illumina esser possano i fuochi d'altrettanti sistemi planetarj. Per distinguerle si rapportano a differenti figure immaginate nel cielo chiamate *costellazioni* (l'), Se ne immagi-

o la spiga della Vergine o Antares, stelle tutte di 1.^a grandezza, l'*occultazione* è sì istantanea e la stella è sì brillante in quell'istante, che un attento osservatore non sa ingannarsi nè restare incerto per 0,5". Onde se queste stelle avessero un diametro per es. di 5" almeno, si vedrebbero occultare a poco a poco e scemar sensibilmente di grandezza: laddove al contrario spariscono esse in un tratto e s'immergono sotto il disco lunare in meno di 2", ed in un tratto ricompariscono ed emergono fuori del disco con lo stesso splendore: la Luna infatti impiega circa 2" di tempo per avanzarsi d'1" di grado, e però nello spazio di 2" di tempo si vedrebbe la stella diminuir di grandezza e sparire a poco a poco. Oltre di che Herschel col suo telescopio è giunto ad avere il diametro della Lira meno d'1" che forse si potrà anche diminuire. Ora se il diametro d'una stella e la sua parallasse annua fosse d'1", il diametro reale della stella sarebbe eguale al raggio del grand'orbe cioè 34 milioni di leghe fr.; il che può bastare per darci una qualche idea della loro enorme grandezza. E qui crescerà la meraviglia 1.^o sulla lor lontananza se si consideri che, giacchè ci compariscono le stelle di diversa grandezza, può credersi a ragione che ciò nasca dalla diversa loro distanza da noi: 2.^o sulla loro grandezza se si pensi che quanto più un corpo s'allontana da noi tanto più piccolo ci comparisce; onde comparendoci le stelle nell'enorme piccolezza di punti luminosi debbono in ragion dell'enorme lor distanza da noi avere una più enorme massa e grandezza per esser da noi vedute.

(l'') L'antico catalogo delle stelle fatto da Ipparco 125 an. av. G. C. ne conta 1022 da lui divise in 6 diverse grandezze e distribuite in 48 costellazioni cioè 12 nello zodiaco, 21 al nord e 15 al sud, chiamando stelle *informi* le non comprese in queste costellazioni. Quelle dello zodiaco contengono 346 stelle e 360 ne contengono le 21 del nord o le 23 (giacchè vi si aggiunse poi

nano 12 nello zodiaco col nome di *segni*, cioè ♈ *Ariete*, ♉ *Toro*, ♊ *Gemelli*, ♋ *Cancro*, ♌ *Leone*, ♍ *Vergine*, ♎ *Libbra*, ♏ *Scorpione*, ♐ *Sagittario*, ♑ *Capricorno*, ♒ *Aquario* e ♒ *Pesci*, i quali han dato i lor nomi alle dodici parti dell'eclittica (§. 167). Al tempo d' Ipparco i punti d'intersezion dell'eclittica coll'equatore erano fra i pesci e l'ariete, fra la vergine e la libbra. Tali costellazioni han-

l'*Antinoo* e la *Chioma di Berenice*); fra le quali son da notarsi le due Orse che per noi mai tramontano „ *Arctos Oceani metuentes aequore tingi*. Virg. G. l. 1. v. 246 „ cioè l'*Orsa maggiore* „ *Septem Triones*, *Arctos major* „ detta ancora il *Gran carro* perchè composta di 7 stelle di 1.^a grandezza in forma di carro onde si rende facilissimo a ognuno il distinguerla, e l'*Orsa minore* „ *Cynosura*, *Arctos minor* „ detta ancora il *Piccolo carro* perchè composta al pari dell'altra di 7 stelle benchè di grandezza inferiore, di cui è notabile l'ultima del timone lucidissima chiamata *stella polare* vicina al polo circa 2° e che in tutta la notte conserva quasi la stessa posizione: e finalmente 316 ne contengono le 15 del sud in cui è rimarchevole il *Gran Cane* per la stella *Sirio* la più bella di tutte. I Moderni hanno formate delle nuove costellazioni e in Riccioli se ne può vedere il catalogo di 62, sebbene il catalogo il più perfetto sia quello di Flamsteed del 1725 e per conoscerle sian necessarj i planisferj di Vaugondy pubblicati a Parigi nel 1764.

Keplero poi nota in tal modo le stelle visibili ad occhio nudo, di 1.^a grandezza 15, di 2.^a 58, di 3.^a 218, di 4.^a 494, di 5.^a 354, di 6.^a 240. Ma se ne veggono assai più, giacchè qui non son notate quelle del cielo australe osservate alla metà del secolo passato dall' Ab. de-la-Caille al Capo di Buona Speranza.

Che se poi ci rivolgiam verso il cielo col telescopio, a tenore della perfezione di questo strumento se ne palesa un numero sempre maggiore: per es. Galileo scorre 80 stelle nella sola *Spada d'Orione*, 21 nella *nebulosa* della di lui testa ec., la-Caille nella sola parte australe ne scorre 10000 che per noi mai nascono, e Herschel con un telescopio che ingrandisce 5000 in 6000 volte ne ha contate 44000 in uno spazio di 8° di lunghezza e 3° di larghezza; onde suppone un egual numero in ogni porzione di cielo eguale al detto spazio potrebbe dirsi esservi 75 milioni di stelle, senza contare nè le nebulose cioè quelle che ci compariscono pallide e languide in forma di piccole nebbie lucide e che non son perlopiù che un ammasso di stelle prossime fra di loro, nè quelle della *via lattea* dove lo stesso Herschel in uno spazio lungo 15° e largo 2° ne contò 50000.

no dato i lor nomi a quelle parti dell'eclittica che rispettivamente passavano per ognuna di esse, e le parti dell'eclittica, supposto il principio dell'ariete e della libbra nei punti d'intersezione dell'equatore e dell'eclittica come allora, han conservato i lor nomi benchè per il moto dell'asse della terra abbian cangiato di posto questi punti, onde si dice essere il Sole nel toro quando si muove nella costellazione dell'ariete.

La diversa vivacità della luce delle stelle le ha fatte dividere in più classi chiamando le più brillanti *stelle di prima grandezza*, le altre *della seconda* ec. (*m''*). Si osserva anche nel Cielo una luce bianchiccia di figura irregolare che lo circonda in forma di cintura cui si dà il nome di *vía lattea*. Il telescopio vi ci fa vedere un sì gran numero di piccole stelle che ci fa credere probabilmente la via lattea non esser altro che la riunione di molte stelle assai vicine fra loro onde formare una luce continuata. Anzi il telescopio ci fa vedere altri piccoli spazj di luce bianchiccia simile alla via lattea molti dei quali ci mostrano la riunione d'un gran numero di piccole stelle, mentre altri ci mostran soltanto una luce bianchiccia e continua la quale probabilmente nasce dalla gran distanza di quei piccoli spazj confusi dalla luce delle stelle che concorrono a formarli. (*n''*). Altre stelle poi diconsi *cangianti* perchè hanno una

(*m''*) Non si creda tuttavia che le stelle d'una medesima classe sian precisamente della stessa grandezza; per es. le stelle di 1.^a grandezza hanno una gran diversità e nello splendore e nella grossezza; così il *Sirio* è la massima, *Anturo* sorpassa *Aldebaran* o l'*occhio del Toro* e la *spiga della Vergine*, ed intanto son tutto di 1.^a grandezza.

(*n''*) Questi gruppi, dirò così, di stelle unite insieme formano quelle che con nome generale si chiaman *nebulose*. Benchè talune non mostrino in se quest'ammasso di stelle ma solo una bianchezza smorta e languida, pure si può congetturare essere ancor queste un ammasso di piccolissime stelle che non possono scorgersi se non per mezzo di un ottimo telescopio. Infatti la nebulosa della chioma di Berenice che per l'avanti compariva senza stelle fu poi veduta esser essa pure un gruppo di stelle. Herschel ha formato un catalogo di 1000 nebulose e la Lande dice contarsene fino a 2000.

luce la di cui intensità prova de' cangiamenti periodici. Se ne son vedute alcune all'improvviso mostrarsi e poi svanire dopo aver sparsa la luce la più viva, come nel 1572 fu la famosa stella apparsa nella costellazione di Cassiopea, la cui chiarezza per poco tempo quasi abbagliò, poi si indebolì a segno che sedici mesi dopo la sua apparizione senza aver cangiato posto nel cielo divenne invisibile: il suo colore fu sul principio d'un bianco vivo, poi d'un giallo rossigno, finalmente d'un bianco piombato. Probabilmente tali fenomeni dipendono da macchie estesissime che periodicamente ci presentano le stelle girando sopra se stesse quasi come l'ultimo satellite di Saturno, e dall'interposizione de' gran corpi opachi che circolano intorno ad esse. Quanto poi alla stelle che quasi ad un tratto son comparse con una viva luce con subito sparire si può sospettare che delle cause straordinarie abbian prodotto qualche incendio nella lor superficie, congettura che può appoggiarsi al cangiamento di colore in lor veduto simile a quello che sulla terra ci presentano que' corpi che vediamo infiammarsi ed estinguersi (o').

(o'') Molte altre stelle *cangianti* si son vedute ne' tempi antichi e moderni. Lasciando quanto ci dice Ovidio delle Plejadi „*Quae septem dici, sex tamen esse solent* Fast. l. 4. v. 170. „ sappiamo che Ipparco e poi Ticone fecero il lor catalogo delle stelle per il solo motivo che i posteri potessero conoscere il numero delle stelle che dipoi apparissero o che disparissero.

Oltre di che Cassini il vecchio, Montanari e Maraldi attestano di aver osservati molti cangiamenti di luce e di grandezza in moltissime stelle; e Bode, Koch, e specialmente Pigott (Trans. Phil. 1786.) ne hanno notate le varie differenze.

Ma ciò che reca maggior stupore si è che alcune di esse spariscono e quindi ricompariscono, come la cangiante della *Balena* (La-Lande, Astron. n.° 794.) e la 3.^a cangiante del *Cigno* (ib. n.° 797.). Ora che mai pensare sull'origin delle cangianti? Vi saran forse delle stelle luminose soltanto in qualche porzione della loro estensione? Così inclinano a credere Riccioli, Boulliaud e La-Lande.

Oltre a tutto questo debbon quì nominarsi altre stelle dette *doppie* e *moltiplici*, tali cioè che nel canocchiale appariscono composte di due o più stelle piccolissime. Bianchini principalmente ne osservò alcune delle doppie, e Mayer ne osservò 72; ed Herschel ne ha osservate più di 700 delle moltiplici o doppie o triple •

P A R T E II.

Delle cause fisiche de' movimenti celesti.

C A P. I.

Delle Leggi dell' attrazione .

203. **U**na sola legge aggiunta alle già stabilite nello spiegare i fenomeni dell' inerzia (L. II.) basterà per isvelare tutto il meccanismo del sistema planetario. La legge è che tutti i corpi tendon gli uni verso gli altri per una forza, chiamata *attrazione*, la quale cresce in ragion diretta delle masse e nell'inversa del quadrato delle distanze. I.^o Secondo una legge di Keplero i raggi vettori de' pianeti e delle comete descrivono intorno al Sole delle aree proporzionali a' tempi: ma abbiamo veduto (§. 47. 2.^o) esser per questo necessario che la forza che ritira continuamente ognuno di questi corpi dalla linea retta sia costantemente diretta verso un punto fisso ch'è l'origine de' raggi vettori; dunque la tendenza de' pianeti e delle comete verso il Sole nasce necessariamente dalla proporzione delle aree descritte da' raggi vettori a' tempi impiegati per descriverle: tendenza la quale è reciproca per esser legge generale della natura che la reazione è eguale e contraria all'azione (§ 26.), onde i pianeti e le comete reagiscono sul Sole e gli comunicano una tendenza verso ognuno di loro. II.^o I satelliti di Urano tendono verso Urano, e Urano verso i suoi satelliti, i satelliti di Saturno tendon verso Saturno, e Saturno verso di loro: lo stesso è di Giove e de' suoi satelliti: la Luna e la Terra ancora tendono reciprocamente l'una verso l'altra. Infatti

4ple o 5ple o 6ple. Telescopj più perfetti degli Herscheliani, quando s'inventino, non ne mostreranno delle 7ple, dell' 8ple, delle 9ple ec. ec.? E' probabile che queste nascano dall' esservi alcune stelle quasi direttamente superiori ad altre a noi più vicine.

Vol. I.

l

La proporzionalità dell'aree descritte da' satelliti a' tempi impiegati a descriverle concorre con l'eguaglianza dell'azione alla reazione a giustificare una tal verità. Di più tutti i satelliti hanno una tendenza verso il Sole per esser tutti animati da un moto regolare intorno a' lor pianeti rispettivi come se fossero immobili, onde i satelliti son trasportati da un moto comune con i loro pianeti, cioè la stessa forza per cui i pianeti continuamente tendono verso il Sole agisce pure su i satelliti, e son trasportati verso il Sole con la stessa velocità de' pianeti. E però dal tender che fanno i satelliti verso il Sole segue che il Sole tende verso di loro a causa della reazione eguale ed opposta all'azione. III.° L'osservazione d'insegna che Saturno s'allontana un poco dal suo cammino quando è vicino a Giove il più grande de' pianeti, onde visibilmente Saturno e Giove tendono a vicenda l'un verso l'altra. Saturno, come osservò Flamsteed, turba il moto de' satelliti di Giove attraendoli un poco a se; ciò che prova che questi satelliti tendon verso Saturno, e Saturno verso loro. E' dunque vero che tutti i corpi celesti tendon reciprocamente gli uni verso gli altri. Ma questa tendenza, o piuttosto forza attrattiva che la fa nascere, non appartiene a loro solamente considerati nella lor massa, ma è propria a ciascheduna delle loro molecole. Se il Sole non agisse che sul centro della terra senza attrarre particolarmente ciascuna delle di lei parti, le oscillazioni delle onde dell'Oceano sarebbero incomparabilmente più grandi e differentissime da quelle che vediamo; dunque la tendenza della terra verso il Sole è il risultato della somma delle attrazioni esercitate sopra tutte le sue molecole che attraggono il Sole in ragion delle lor masse rispettive. Del resto ogni corpo sulla terra è attratto verso il suo centro proporzionalmente alla sua massa; dunque reagisce sopra di lei e nello stesso rapporto l'attrae. Se non fosse così e se tutte le parti della terra non gravitassero le une verso l'altre, il centro di gravità della terra movendosi con un moto sempre accelerato anderebbe a perdersi nell'immensità dello spazio al di là de' limiti dell'universo. Dunque l'attrazione è universale, reciproca e proporzionale alla massa.

204. Dimostriamo ora che questa forza cresce in ragione inversa del quadrato della distanza. I.^o Dall'osservazione si ha, che i quadrati de' tempi periodici de' corpi celesti son proporzionali a' cubi delle distanze medie: ma si è veduto (§ 54.) che quando i corpi si muovono circolarmente in modo che i quadrati de' tempi periodici sian proporzionali ai cubi delle distanze, la forza centrale che gli anima è in ragione inversa del quadrato della distanza; dunque supponendo i pianeti mossi in orbite circolari (il che è un poco fuori della verità) essi son sollecitati verso il Sole da una forza che cresce in ragione inversa del quadrato della distanza. Sebbene non sia rigorosa una tal supposizione, pure essendo il rapporto costante de' quadrati de' tempi periodici a' cubi delle distanze indipendente dall'eccentricità, senza dubbio sussisterebbe ancora nel caso in cui l'eccentricità fosse nulla e però anche se i pianeti si movessero in orbite circolari. II.^o Se i pianeti girano intorno al Sole in virtù d'una forza centrale che cresce in ragione inversa del quadrato della distanza, è naturale il pensare che la Luna è ritenuta nella sua orbita per una forza centrale diretta verso la terra e che non differisce dalla gravità de' corpi terrestri alle nostre distanze che in ragion della diminuzione che deve ella provare per l'aumento del quadrato della distanza della Luna. Ciò posto la Luna spogliata della sua forza proiettile e abbandonata alla sua gravità percorrerebbe in 1' il seno-verso dell'arco descritto nel medesimo tempo, il quale eguaglia il quadrato dell'arco diviso per il diametro: ora il quoziente di questa divisione è 4,87 metri (15^{P.}); poichè essendo la distanza media della Luna dalla Terra 60 semidiametri terrestri, la circonferenza dell'equatore terrestre 40036400,064 metri (123249600^{P.}), e l'orbita lunare 60 volte più grande è 2402184003,84 metri (7394976000^{P.}); dividendo per 2³ si avrà per diametro di quest'orbita 764331273,49 metri (2352492363^{P.}). Ma la Luna fa la sua rivoluzione in 39343'; dividendo per questo numero l'orbita della Luna, il quoto 61038,23 metri (187964^{P.}) sarà l'arco percorso dalla luna in 1'. Quadrando quest'arco che può confondersi con la sua corda e prendersi per insensibile non

essendo che $\frac{1}{48000}$ in circa dell' orbita intera; e dividendo questo quadrato per il diametro dell' orbita della Luna, il quoto $4,87^m. (15^p.)$ esprime il seno-verso di quest' arco o la gravità della Luna: ora i corpi terrestri per la lor gravità percorrono $4,87^m. (15^p.)$ in $1''$ e però $4,87^m. (15^p.) \times 3600$ in $1'$, perchè gli spazj percorsi con un moto uniformemente accelerato crescono come i quadrati de' tempi (§. 19.); dunque la gravità de' corpi terrestri è in un dato medesimo tempo 3600 volte più grande di quella della Luna e precisamente nella ragione inversa del quadrato delle lor distanze dal centro terrestre. Per stabilir la legge dell' attrazione si son considerati i centri, benchè la gravità sia propria a ciascheduna delle lor molecole, per la ragione che nelle sfere o nelle sferoidi che ne differiscono pochissimo, l' attrazion delle molecole le più lontane dal punto attratto e quella delle più vicine si compensano in modo che l' attrazion totale è la stessa come se fossero riunite nel loro centro di gravità. Questa legge delle sfere si modifica diversamente quando i corpi attratti sono alla superficie o nell' interno delle sfere. Un corpo posto al di dentro d' uno strato sferico per tutto della medesima densità è egualmente attratto da tutte le parti, onde resterebbe in riposo in mezzo alle attrazioni che prova; ed accade lo stesso al di dentro d' uno strato ellittico le di cui superficie esterna ed interna son simili e similmente situate. Supposti dunque i pianeti sfere omogenee, la gravità nel loro interno diminuisce come la distanza dal loro centro, perchè l' inviluppo esteriore al corpo attratto nulla contribuisce alla gravità, che non è prodotta che dall' attrazion d' una sfera di raggio eguale alla distanza di questo corpo dal centro del pianeta: ma quest' attrazione è proporzionale alla massa della sfera divisa per il quadrato del suo raggio, e la massa è come il cubo del medesimo raggio; dunque la gravità del corpo è proporzionale a questo raggio: risultato rigoroso soltanto nell' ipotesi dell' omogeneità de' pianeti; ma gli strati che li compongono son probabilmente più densi a misura che son più vicini al centro; dunque la gravità al di dentro scema in un rapporto minore di quel che scemi nel caso della loro omogeneità. Eccoci dunque giunti, per via della

semplice comparazion de' fenomeni con le leggi del moto, alla cognizion del gran principio che *tutte le molecole di materia si attraggono reciprocamente in ragion diretta delle masse e inversa del quadrato delle distanze*. Questo principio è egli una legge primordial della natura o solamente un'effetto generale d'una causa ignota? questo problema non può aver soluzione perchè dipende dalla cognizion della natura della materia. Limitiamoci dunque ad applicare un tal principio ai fenomeni celesti.

C A P. II.

Del moto della terra.

205. **L**e apparenze celesti son le stesse o che il Sole accompagnato da' pianeti e da' satelliti giri intorno alla terra o che la terra come gli altri pianeti si muova intorno al Sole, conformità nelle apparenze che ha fatto nascere sulla realtà del moto della terra de' dubbj che bisogna ora distruggere: 1.^o la semplicità delle leggi della natura attesta il moto di traslacion della terra. Se il centro del Sole coincidesse con quel della terra il suo volume abbraccerebbe l'orbita della luna e s'estenderebbe per una volta più lontano, onde il volume della terra è senza paragone più piccolo del Sole e di più pianeti; dunque è cosa più semplice far girar la terra intorno al Sole che far muovere intorno a lei tutto il sistema planetario: l'immobilità della terra introdurrebbe ne' moti celesti una complicazione ed una rapidità, che il suo moto di traslazione intorno al Sole fa facilmente svanire: 2.^o questo moto si conferma con l'analogia. Intorno alla Terra, a Giove, a Saturno e ad Urano girano de' satelliti che hanno assai minor massa de' lor pianeti rispettivi. Intorno al Sole si muovon de' corpi più piccoli, Mercurio, Venere, Marte, Giove, Saturno ed Urano. Se la terra gira con loro, per tutto, nel sistema planetario, i piccoli corpi girano intorno a' grandi che sono in lor vicinanza. Ma se la terra è immobile questa legge soffre un'eccezione in favor del Sole, che benchè superiore in massa gire-

rebbe intanto intorno ad essa: 3.^o dimostra perfettamente ancora la realtà del moto di traslazione della terra l'esame riflesso delle leggi della natura. Molti corpi girano intorno al Sole, a Giove, a Saturno e ad Urano, e la lentezza del lor moto cresce con la distanza dal centro di lor rivoluzione, di modo che i quadrati de' tempi periodici seguono la ragion de' cubi delle distanze; il che ha luogo per la terra se gira con gli altri pianeti intorno al Sole com'è facile a convincersene paragonando il suo tempo periodico (cioè il tempo in cui il Sole sembra compire un'intera rivoluzione) e la sua distanza dal Sole, con le distanze e co' tempi periodici degli altri pianeti: laddove supposta l'immobilità della terra la legge non sarebbe più generale, perchè non solo la velocità del Sole girando egli intorno alla terra è maggiore della prescrizione della legge, ma ancora sorpassa di 26 volte almeno la velocità della Luna benchè sia molto meno del Sole lontana dalla terra: 4.^o la terra e il Sole tendono reciprocamente l'un verso l'altro con forze eguali (§ 204. II.^o) per motivo della reazione eguale ed opposta all'azione; dunque le lor velocità sono in ragion reciproca delle masse: e siccome la massa della terra è quasi nulla relativamente a quella del Sole, così il Sole dee muoversi lentissimamente, mentre la terra è animata da un moto violentissimo, che la trasporterebbe verso quest'astro se ella non girasse intorno a lui.

206. Simili prove d'analogia abbiamo in favor del moto di rotazione della terra: 1.^o la massa della terra è senza paragone più piccola del Sole, il quale è da noi lontano di circa 23000 raggi terrestri. Non è egli assai più semplice il supporre alla terra un moto di rotazione sul suo asse che immaginare in una massa così enorme e distante come il Sole un moto rapidissimo necessario per girare in un giorno intorno alla terra? qual forza immensa non bisognerebbe per bilanciar la sua forza centrifuga? ogni astro presenta simili inconvenienti che la rotazione della terra può sola fare sparire: 2.^o il polo della terra apparisce muoversi lentamente intorno a quel dell'eclittica, il qual moto dà origine alla precession degli equinozj. Se la terra è immobile, il suo polo

è senza moto, l'eclittica si muove allor su i suoi poli e in questo moto seco trae tutti gli astri; anche il sistema intero di tanti corpi sì differenti per la loro grandezza, moto e distanza sarebbe sottomesso a un moto generale, che svanisce col moto dell'asse della terra intorno ai poli dell'eclittica: 3.^o un navigatore si crede sul principio immobile col vascello che lo trasporta mentre tutti gli oggetti esteriori gli compariscono in moto; ma alcuni istanti di riflessione sulla piccolezza del vascello in paragon della riva e del continente gli fan riconoscere che il moto degli oggetti esteriori non è che apparente e originato dal suo moto reale. Non siamo noi nel caso del pilota, trasportati come siamo dalla terra con un moto comune a tutti i corpi terrestri? Gli astri sparsi nello spazio sono rispetto a noi ciò che sono rispetto al pilota le montagne e le pianure, e gl'istessi motivi che lo inducono a credere essere egli che realmente si muove, ci attestano la realtà del moto della terra: 4.^o se tutti i pianeti secondo le osservazioni hanno un moto di rotazione non è egli naturale che lo abbia similmente la terra? Ed è vano l'opporre che in tale ipotesi i corpi terrestri dovrebbero scappar via in virtù della forza centrifuga lungo la tangente a' circoli paralleli all'equatore; poichè ciò accaderebbe, se la forza centrifuga che vien prodotta dal moto di rotazione non fosse bilanciata da una forza contraria che quasi incatena i corpi a' punti della superficie della terra su i quali son situati. Essi tendono per verità a muoversi lungo la tangente, ma sono anche sollecitati verso il centro terrestre in virtù della lor gravità, onde a ogni istante si sforzan di muoversi con un moto composto di questi due; ma siccome il primo è piccolissimo relativamente al secondo, così i corpi terrestri poco s'allontanano dalla lor direzione verso il centro, ed il moto di rotazione della terra non può far loro lasciare il posto che occupano. Di più un corpo lanciato verticalmente di basso in alto ha non solamente il moto per cui è lanciato, ma anche un moto comune al punto della superficie della terra a cui corrisponde; onde si muove per rapporto alla superficie della terra in moto nella linea stessa in cui sarebbe trasportato se la

terra fosse immobile. Inoltre i moti di traslazione e di rotazione della terra non son moti distinti prodotti da differenti impulsioni, ma risultano da un sol moto impresso alla terra in una direzione che non passa per il suo centro di gravità, in virtù del qual moto ella gira nel tempo stesso intorno al Sole e intorno al suo asse.

C A P. III.

Delle masse, densità ec. de' Pianeti.

207. Si è veduto (§. 53.) che le forze centrali di due corpi mossi circolarmente sono in ragion composta delle masse e delle distanze dal centro e nell'inversa de' quadrati de' tempi periodici; per il che la gravità d'un satellite verso il suo pianeta sta alla gravità della terra verso il Sole come la distanza media del satellite dal centro del suo pianeta divisa per il quadrato del suo tempo periodico sta alla media distanza della terra dal Sole divisa per il quadrato del suo tempo periodico. Ponghiamo le gravità alla stessa distanza de' corpi che le producono, moltiplicandole rispettivamente per i quadrati de' raggi delle orbite che fanno descrivere; comechè a distanze eguali le masse sono in ragion delle loro attrazioni, la massa del pianeta sta a quella del Sole come il cubo della distanza media del satellite dal centro del suo pianeta diviso per il quadrato del suo tempo periodico sta al cubo della distanza media della terra dal Sole diviso per il quadrato del suo tempo periodico. Il qual risultato applicato ai pianeti che han de' satelliti, ci dà il valor delle lor masse; poichè conoscendosi i raggi delle orbite de' satelliti e la durata delle loro rivoluzioni sideree o i loro tempi periodici, se si prendano i cubi de' raggi di queste orbite e si dividano rispettivamente per i quadrati de' tempi periodici, i quoti danno i valori de' corpi intorno a cui girano i satelliti. Quanto poi a' pianeti che non hanno satelliti, per determinare il valor delle lor masse bisogna

impiegar de' mezzi che sono al di sopra di un trattato elementare (p'').

Masse de' pianeti supposta 1 quella del ☉

♂ $\frac{1}{2025810}$	♃ $\frac{1}{1067,09}$
♀ $\frac{1}{383137}$	♄ $\frac{1}{3359,40}$
♂ $\frac{1}{329630}$	♅ $\frac{1}{19504}$
♂ $\frac{1}{1846082}$	

208. Le densità de' corpi sono in ragion diretta delle masse e inversa de' volumi; e quando i corpi son quasi sferici, i volumi son come i cubi de' loro raggi, e perciò le densità sono allora come le masse divise per i cubi de' raggi. Così si hanno le seguenti densità presa per 1 la densità media del Sole

☉ 1	♃ 0,4951
♂ 3,9393	♄ 1,1376
♃ 0,8601	

Questi risultati ci insegnano che i pianeti più vicini al Sole sono anche più densi ciò che gli mette a portata di resistere alla grande attività del calor solare. Tutto languirebbe sul nostro globo se essendo la stessa la sua densità fosse ad un tratto trasportato nel luogo di saturno: i fluidi subitamente passerebbero allo stato solido e il freddo eccessivo che vi si proverebbe sarebbe per le piante e gli ani-

(p'') V. l'esposizione del sistema del Mondo di La-Place ediz. 2.^a pag. 193. A.

malì un principio di distruzione. Al contrario i fluidi passerebbero allo stato aeriforme se senza aumentare la densità della terra fosse ella posta alla distanza di Mercurio, il quale $\frac{8}{3}$ più vicino al Sole di noi prova un calore 7 volte maggiore di quello che fa sentirsi ne' nostri paesi nell'estati le più calde, calore che non molto differisce da quel dell'acqua bollente. Un cangiamento assai meno considerabile nella temperatura spopolerebbe la zona torrida se senza prendere il posto di Mercurio la terra più s'avvicinasse al Sole. La legge che l'osservazione ci somministra mettendo tutto al suo posto ci svela perfettamente la sapienza della natura.

209. Per aver poi l'intensità della gravità alla superficie del sole e de' pianeti, si consideri che se Giove e la Terra fossero esattamente sferici e senza moto di rotazione, le gravità al loro equatore sarebbero proporzionali alle masse di questi corpi divise per i quadrati de' loro diametri, giacchè in essi le distanze dal centro son come i diametri. Ora alla distanza media del Sole dalla Terra il diametro dell'equatore di Giove è 626,26'', e quello dell'equatore della terra 54,5''; onde preso per 1 il peso d'un corpo all'equatore terrestre, il peso di detto corpo trasportato all'equatore di Giove sarà 2,509, il quale va diminuito di circa $\frac{1}{9}$ per aver riguardo agli effetti delle forze centrifughe originate dalla rotazion della terra: lo stesso corpo peserebbe 27,65 all'equatore del Sole, e i corpi nel primo secondo di lora caduta vi percorrono 100^m. (300^p.)

C A P. IV.

Della figura de' pianeti.

210. Se i pianeti fossero fluidi e senza moto di rotazione, l'attrazione eguale e reciproca di tutte le lor molecole farebbe nascer la figura sferica, perchè una colonna più grande della superficie al centro peserebbe più sul centro, col suo peso eleverebbe le colonne più corte ed essa si abbasserebbe a proporzione finchè tutte le colonne avendo l'istessa altezza si bilanciassero scambievolmente con l'egua-

glianza del lor peso. Nè una tal figura sferica dei pianeti cangia per il lor moto di traslazione intorno al Sole, perchè tutte le loro molecole movendosi nell'istessa maniera non resta turbato il lor rapporto di situazione; bensì la figura sferica per il moto di rotazione soffre un alterazione tanto più grande quanto ne è più rapido il moto. Infatti tutte le molecole per il moto di rotazione acquistano una forza centrifuga opposta alla gravità; ed essendo la gravità la stessa alla stessa distanza dal centro e sopra tutti i punti della stessa superficie sferica, la figura dei pianeti non proverebbe alcun cangiamento se la forza centrifuga fosse la stessa ad eguali distanze dal centro: ma l'equator dei pianeti avendo più velocità degli altri circoli paralleli, ha più forza centrifuga in ragion della più gran lunghezza del suo raggio. Oltre di che questa forza centrifuga diretta sempre secondo il raggio del circolo descritto, ormai più grande all'equatore che nei suoi circoli paralleli, vi è ancora più direttamente opposta alla gravità diretta sempre perpendicolarmente alla sua superficie secondo il raggio della sfera. Dunque la gravità delle molecole componenti la massa dei pianeti soffre sotto questo doppio rapporto a motivo della forza centrifuga una diminuzion più grande all'equatore che ai poli e negli altri circoli paralleli, e in conseguenza l'altre colonne specialmente quelle dei poli pesando sul centro più della colonna dell'equatore debbon elevar continuamente questa colonna, e soffrire una depressione finchè l'eccesso d'altezza sotto l'equatore compensi l'eccesso di gravità sotto i poli. Dunque i pianeti debbon prender la figura d'una sferoide schiacciata ai poli. Si noti che un tal schiacciamento de' poli per il rapporto della forza centrifuga alla gravità ha un limite determinato; egli è il più grande possibile quando la forza centrifuga è eguale alla gravità: e se la forza centrifuga divenisse più grande, le molecole che compongono il pianeta scapperebbero via indefinitamente nello spazio con portarne la sua distruzione. E quel che è più, la teoria è d'accordo colle osservazioni fatte sulla terra per determinar la sua figura; poichè concorrono a provarci un ingrandimento nei gradi dei meridiani dall'equatore

ai poli, e perciò un abbassamento o schiacciamento verso i poli (q'').

C A P. V.

Del flusso e riflusso.

211. Certe oscillazioni regolari e periodiche che s'osservano nell'acque del mare chiamansi *flusso e riflusso* o *maree*. L'acque hanno una mobilità da farle ceder facilmente alle più leggiere impressioni; l'oceano è da ogni parte aperto e fra di loro comunicansi i gran mari: ecco le circostanze che contribuiscono alla produzion delle maree, le quali però hanno per lor causa primaria l'azion combinata del Sole e della Luna. Infatti considerando per ora la sola azione della Luna sul mare con supporla nel piano dell'equatore è chiaro che se la Luna imprimesse delle forze eguali e parallele al centro di gravità della Terra e a tutte le molecole del mare, il sistema intero della sferoide terrestre e dell'acque che la ricoprono sarebbe animato da un moto comune, e non ne soffrirebbe l'equilibrio dell'acque, il quale non è turbato che dalla differenza di queste forze e dall'ineguaglianza delle lor direzioni. Ora la Luna esercita sulle molecole del mare che sono in quadratura con essa un'azione obliqua, che in conseguenza si decompone (§§ 41.) e così accresce la lor gravità verso la terra, mentre fa diminuir la gravità delle molecole che a lei corrispondon direttamente. Dunque affinchè siavi equilibrio in tutte le molecole del mare debbon l'acque elevarsi sotto la Luna, onde

(q'') V. La Place esposizione del sistema del mondo ediz. 2.^a pag. 53. A. Da ciò segue che i due diametri della terra son diversi fra loro in modo che il minore il quale passa per i poli differisce dal maggiore secondo Newton di $\frac{1}{235}$, secondo Boscovich di $\frac{1}{317}$. Il paragone poi delle dimensioni di gradi del meridiano fatte da Maupertuis sotto il circolo polare e da De-la-Condamine sotto l'equinoziale fece concludere a questi due grandi Astronomi essere il raggio medio della terra tese 3270398.

l'eccesso di gravità delle molecole in quadratura sia compensato dalla più grand'altezza delle molecole situate al di sotto della Luna. Le molecole del mare situate nel punto corrispondente dell'emisfero opposto meno attratte dalla Luna che il centro della terra a causa della loro più gran distanza si porteranno meno verso quest'astro che verso il centro della terra; e questo tenderà perciò a ogn'istante ad allontanarsi da queste molecole, che saran fin d'allora ad una più gran distanza da questo centro e che saranno ancor sostenute a quest'altezza per l'aumento di gravità delle colonne poste in quadratura che con esse comunicano. Dal che segue 1.^o che per l'azion della Luna si formeran sulla terra due promontorj d'acqua l'uno dal lato della luna l'altro dal lato opposto, prendendo così il mare la figura d'una sferoide allungata il cui grand'asse passerà per i centri della Luna e della Terra; 2.^o che la marea sarà alta sotto la Luna e bassa a 90° di distanza da essa.

Ora il grand'asse della sferoide formata dalla Luna seguirebbe esattamente il moto di essa e in ogni luogo non s'avrebbero che due maree per mese, se la terra non avesse un moto di rotazione per cui presenta alla luna in 24 ore tutti i suoi meridiani, che l'un dopo l'altro in 6 ore sono or sotto la luna or alla distanza di 90° da lei. Dunque nel tempo che passa fra il partir della Luna da un meridiano e il suo ritornarvi cioè nello spazio d'un giorno lunare maggior del solare di circa 50', l'acque del mare s'eleveranno due volte e due volte s'abbasseranno in tutti i luoghi della terra. Quindi seguitando la terra a girar sul suo asse e seco trasportando all'oriente della Luna le molecole d'acqua più elevate continueranno esse ad elevarsi tutt'ora per l'azion della Luna, la quale quantunque meno diretta scemi a ogn'istante, pur sussiste e contribuisce alla loro elevazione, che non può giunger per questo al suo *maximum* nel momento in cui la Luna passa per il meridiano ma quasi 3 ore dopo questo passaggio. Di più l'acque situate in quadratura all'occidente della Luna e portate verso la congiunzione con quest'astro per il moto di rotazione della terra, saranno continuamente accelerate in questo quarto del loro

giorno, si moveranno dopo la sizigia con questa somma d'accelerazioni, e allora incontrando delle molecole continuamente più ritardate dalla terra, si formeranno due correnti contrarie che determineranno la più grande elevazione a 45° dopo la sizigia. Per simili ragioni la più gran depression dell'acque non accadrà alla quadratura ma a 45° da questo punto e 3 ore dopo.

212. Considerando adesso l'azione del Sole supponendolo nel pian dell'equatore è chiaro, che deve egli pure eccitar nell'oceano un'agitazione in modo che debbon l'acque elevarsi ed abbassarsi due volte in ogni giorno solare. Ma per l'immensa distanza del Sole quest'agitazione è molto più piccola benchè sottomessa alle medesime leggi. Intanto si confondono l'oscillazioni dell'acque che dipendon dall'azione del Sole con quelle che hanno per causa l'azion della Luna. L'azion del Sole cangia solamente il flusso e riflusso lunare del mare e ciò accade tutti i giorni a causa dell'ineguaglianza de' giorni solare e lunare. Quindi nelle sizigie l'azion della Luna concorre con quella del Sole per elevar l'acque. Nelle quadrature l'acque del mare son abbassate dall'azion del Sole al punto in cui sono elevate per l'azion della Luna e reciprocamente, e però le più gran maree accader debbono ne' novilunj e plenilunj e le più piccole nel primo e secondo quarto della luna; ma intanto la più alta marea accade due o tre giorni dopo i novilunj e i plenilunj, perchè il moto acquistato non resta distrutto all'improvviso, moto che aumenta l'elevazione dell'acque benchè sia realmente scemata l'azion istantanea del Sole.

Facciamo ora variare le declinazioni del Sole e della Luna non considerandoli più nel piano dell'equatore, e vedremo in un rapporto inverso variar l'elevazion dell'acque originata dall'azion combinata dei due astri. Infatti concepiamo la Luna ed il Sole posti ai poli: allora l'asse della sferoide coincide con l'asse della terra; tutte le sezioni parallele all'equatore son perpendicolari all'asse della sferoide e però circolari; onde l'acqua sotto ciascun cerchio di latitudine ha per tutto la stessa elevazione, che in certi luoghi non cangia nonostante il moto della Terra. Che se s'allon-

anano ambedue dal polo, è facile il vedere che va viepiù aumentando l'elevazion dell'acque finchè sia giunta al suo *maximum* dopo aver la sferoide fatto la sua rivoluzione intorno a una linea normale al suo asse, supposto l'asse della sferoide nel piano dell'equatore. Di qui si vede il perchè nelle sizigie presso agli equinozj s'osservano le più grandi maree; giacchè essendo il Sole e la Luna nell'equatore o vicino all'equatore esercitano sull'acque del mare un'azione tanto più grande quanto è più piccola la lor distanza dalla terra; e perciò il Sole essendo meno lontano dalla terra quando percorre i segni meridionali, spesso s'osservano in questa posizion del Sole due gran maree equinoziali cioè avanti l'equinozio di primavera e dopo l'equinozio d'autunno. La qual cosa se non accade tutti gli anni, nascer può la variazione dalla situazion dell'orbita lunare e dalla distanza della sizigia dall'equinozio.

Tali leggi del flusso e riflusso sarebbero in un accordo perfetto con i fenomeni, se la superficie tutta del nostro globo fosse ricoperta dall'acque del mare. E di qui nascono alcune anomalie nei piccoli mari non però mai nell'oceano che ha una sufficiente estensione per provare tutte l'oscillazioni di cui abbiamo parlato. Queste anomalie nascono e dalla situazion delle rive e dagli stretti e da moltissime altre circostanze prodotte dalla posizion particolare dei luoghi.

P A R T E III.

Della Gravità.

C A P. I.

Delle Leggi della Gravità.

213. **D**opo aver già definito la gravità e considerata la differenza che passa fra la gravità ed il peso d'un corpo (§§ 59.) rammentiamoci che la gravità appartiene a tutte le molecole di materia e che perciò hanno una tal proprietà

tutti i corpi terrestri o solidi o fluidi che sieno, lungi dal credere contro la doppia testimonianza della ragione e dell'esperienza esservi dei corpi dotati d'un principio di leggerezza, che Aristotele attribuiva alla fiamma ed al fumo che i corpi spandono nella lor combustione.

214. *La gravità non è proporzionale alla massa.* Infatti si adatti al piatto della macchina pneumatica un cilindro di vetro alto circa 1623 millimetri (5^P) e largo 54 ($2^{pol.}$) in cui si rinchiuda un pezzo d'oro, un fiocco di lana ec; estrattane l'aria s'elevi il cilindro, si rovesci, e si vedranno tutti i corpi di differente gravità specifica arrivare insieme al fondo; che se vi si reintroduca l'aria, si vede nella caduta di essi una differenza prodotta dalla resistenza dell'aria. Per valutarla suppongasi che due globi d'egual diametro e con le masse:: 100:10 cadano dalla medesima altezza; essendo quì ad evidenza la stessa la velocità iniziale, le forze che animano i due globi sono nel principio della caduta:: 100:10. Se la resistenza dell'aria che è eguale per i due globi (§§. 140.) è tale che distrugga in ognun di essi una forza come 5, quando essi avran percorso 9 decimetri (3^P) con la medesima velocità, resterà alla massa una forza come 100,95, mentre la massa come 10 non ne conserverà che 5; e perciò la massa 100 avrà perduto solo $\frac{1}{20}$ di sua forza, mentre la massa 10 ne avrà perduto $\frac{1}{2}$. Se ciò accade una seconda volta nel modo stesso, tutta la forza della massa 10 resterà distrutta e la massa 100 conserverà ancora $\frac{18}{20}$ della sua forza primitiva; dunque bisogna che la massa 100 continui a muoversi attraverso dell'atmosfera con più velocità della massa 10 e che perciò tocchi più presto la superficie della terra.

215. La gravità è soggetta alla legge general d'attrazione che domina tutti i corpi della natura, ma che in tal circostanza si modifica. Alla superficie della terra i corpi non cadon che ad altezze mediocri; la differenza delle lor distanze dal centro della terra nei differenti punti di lor caduta è quasi insensibile, e lo è molto più la differenza fra i quadrati di queste distanze: dunque la gravità animatrice de' corpi terrestri può riguardarsi come una forza accelera-

trice costante in tutto il tempo che impiegano a cadere, cioè osservan essi nella lor caduta le leggi del moto uniformemente accelerato. Dunque 1.^o i corpi che cadono liberamente sulla superficie della terra percorrono spazj che, contando dal principio della caduta, son fra loro come i quadrati delle velocità acquistate nel cadere o come i quadrati dei tempi impiegati a cadere (§. 15.): 2.^o supposto il tempo della caduta diviso in parti eguali o minuti, gli spazj percorsi nel 1.^o, 2.^o, 3.^o, ec. minuto son fra loro come i numeri impari 1, 3, 5, 7, ec. (§. 16.): 3.^o un corpo che cade liberamente alla fin di sua caduta ha acquistato una velocità sufficiente da fargli percorrere con un moto uniforme in un tempo eguale a quello della caduta, uno spazio doppio di quello che ha percorso (§. 17.): 4.^o un corpo che cade liberamente ha alla fin di sua caduta una velocità sufficiente per farlo rimontare con un moto uniformemente ritardato all'altezza da cui è disceso (§. 19.).

L'esperienza conferma queste leggi facendoci vedere che un corpo liberamente cadendo presso alla superficie terrestre percorre nel primo secondo di sua caduta 4,87 metri (15.^{P.}), nel secondo 14,617^m. (45.^{P.}), nel terzo 24,363^m. (75.^{P.}) ec.

216. Che se facciasi scendere un corpo per un piano inclinato, la forza con cui scende proviene dalla gravità, o piuttosto non è che la gravità stessa diminuita dal piano inclinato. Ora per valutar questa diminuzione supponghiamo (Fig. 78.) al punto F del piano inclinato AD il corpo C, e tiriamo dal suo centro C la linea verticale CG che rappresenti la forza assoluta del corpo, cedendo senz'ostacolo all'impulsione della gravità. Il piano inclinato resiste alla sua caduta verticale e la forza CG si decompone in due (§. 41.); l'una CF perpendicolare al piano è interamente distrutta, e l'altra FG = CH parallela al piano rappresenta la forza effettiva che il corpo riceve a ogni istante. Ora CH:CG::AB:AD; cioè la forza effettiva sta all'assoluta come l'altezza del piano inclinato alla sua lunghezza, vale a dire essendo l'altezza del piano in un rapporto costante colla sua lunghezza, avranno ancora un rapporto costante le forze effettiva ed assoluta: anzi essendo costante l'asso-

luta, lo sarà ancor l'effettiva: dunque un corpo che scende per un piano inclinato si muove con un' moto uniformemente accelerato, e le velocità acquistate son come i tempi i quali seguon la serie naturale dei numeri 1, 2, 3, 4, ec.; e gli spazj percorsi dal principio della discesa son come 1, 4, 9, 16, ec.; e gli spazj percorsi dentro ogni intervallo di tempo come 1, 3, 5, 7, ec.; e finalmente lo spazio percorso dal punto A fino in F o in D non è che la metà di quello che il corpo percorrerebbe nel tempo medesimo con moto uniforme per la velocità acquistata in F o in D.

217. Le velocità di due corpi uno de' quali rotola sul piano inclinato AD e l'altro cade liberamente lungo AB, se la lor caduta comincia nel tempo stesso, hanno a ogni istante lo stesso rapporto fra loro perchè stanno::AB:AD; dunque i corpi percorrono nel tempo stesso spazj che stan fra loro::AB:AD; e però le velocità acquistate discendendo per questi spazj han lo stesso rapporto fra loro.

218. Se dal punto B si tiri la normale BK, la parte superiore AK del piano inclinato rappresenta lo spazio percorso dal corpo C nel tempo stesso che impiegherebbe in cader liberamente da A in B, perchè AK:AB::AB:AD. Ora un corpo impiega a scender lungo una corda qualunque (Fig 79.) AK d'un circolo il tempo stesso che impiegherebbe cadendo liberamente dal suo diametro AB; poichè tirando KB, l'angolo AKB è retto, la corda AK rappresenta la parte superiore d'un piano inclinato e il diametro AB il piano verticale. Così i tempi della discesa lungo tutte le corde d'un circolo stesso son eguali fra loro: e se A è un punto di contatto comune a più circoli, i corpi che nel tempo stesso scendessero lungo le corde AK, AD, AB, AE percorrerebbero in tempi eguali le parti kK, dD, bB, e E.

219. Il tempo che C impiega a discendere da A in D sta al tempo che impiegherebbe in cadere da A in B::AD:AB: poichè gli spazj percorsi con moto uniformemente accelerato son come i quadrati dei tempi (§. 15.); dunque il quadrato del tempo della discesa per AD sta al quadrato del tempo della discesa per AK::AD:AK; ma AD:AB::AB:AK; dunque AD²:AB²::AD:AK; dunque il quadrato del tempo

della discesa per AD sta alquadrato del tempo della discesa per AK:: $AD^2:AB^2$; dunque il tempo della discesa per AD sta al tempo della discesa per AK o al tempo della discesa per AB:: $AD:AB$ (Fig. 78.).

220. I tempi della discesa sopra più piani inclinati della medesima altezza son fra loro come le loro lunghezze: poichè il tempo della discesa sopra AD stando al tempo della caduta libera lungo AB:: $AD:AB$ (§. antec.), starà similmente il tempo della discesa sopra AM al tempo della caduta libera lungo AB:: $AM:AB$; dunque il tempo della discesa sopra AD sta al tempo della discesa sopra AM:: $AD:AM$.

221. La velocità acquistata alla fin della discesa sopra un piano inclinato AD da una data altezza è eguale a quella che è acquistata in B per la caduta libera d'un corpo: poichè dopo tempi eguali quando i corpi sono in B ed in K, le velocità son nella stessa ragione che nel principio della caduta cioè:: $AB:AD$ (§. 217.); ma quando il corpo discende da K in D, la velocità aumenta come il tempo, e però la velocità in K sta alla velocità in D:: $AK:AD$; dunque le velocità in B ed in D hanno un medesimo rapporto alla velocità in K, e però son eguali. E poichè un corpo acquista la medesima velocità scendendo da una data altezza o cada liberamente o discenda per piani inclinati, la velocità sarà sempre la stessa se è eguale l'altezza, quando il corpo rotolerà sopra piani differentemente inclinati o sopra una curva che riguardar si può come composta d'un numero infinito di piani differentemente inclinati, perchè o il corpo scenda per AB (Fig. 80.) o per EB, la velocità sarà la stessa in B, e il corpo sarà mosso nel modo stesso per BC; e perciò in C avrà la velocità che avrebbe acquistato scendendo per EC, e in D avrà la velocità che avrebbe acquistato scendendo per FD o cadendo per C D. Si guardi di fare il passaggio da un piano in un altro senza scossa la quale altererebbe la velocità del corpo, per evitare il quale inconveniente si aggiungano per via di curve i differenti piani. Dal che segue 1.^o che un corpo con la stessa velocità che ha acquistata cadendo per una superficie qualunque o piana o curva, può risalire alla stessa altezza per

un'altra simile superficie essendo altresì il tempo dell'ascesa eguale al tempo della discesa, poichè la velocità si distrugge nel salire come si acquista nello scendere: 2.^o che un corpo con la velocità acquistata, cadendo da una certa altezza, può risalire alla medesima altezza per una curva qualunque, benchè in tal caso i tempi non son eguali.

222. I tempi poi della discesa libera d'un corpo lungo due figure simili egualmente inclinate all'orizzonte son fra loro come le radici quadre delle dimensioni omologhe di queste figure. Siano le due figure simili e similmente inclinate HGF , $hgfd$ (Fig. 81. 82.). Tutti i piani omologhi di queste figure son percorsi con moto uniformemente accelerato; dunque gli spazj percorsi o i piani omologhi son come i quadrati de' tempi; dunque esprimendo per T, t i tempi impiegati a percorrere HG, hg si ha $T:t::\sqrt{HG}:\sqrt{hg}$, $T':t'::\sqrt{GF}:\sqrt{gf}$, $T'':t''::\sqrt{FD}:\sqrt{fd}$. Ma per supposizione $HG:hg::GF:gf::FD:fd$, o $\sqrt{HG}:\sqrt{hg}::\sqrt{GF}:\sqrt{gf}::\sqrt{FD}:\sqrt{fd}$; dunque $T:t::T':t'::T'':t''::\sqrt{HG}:\sqrt{hg}$, dunque $T+T'+T':t+t'+t'::\sqrt{HG}:\sqrt{hg}$. Ora due archi di circolo simili e similmente posti non differiscono dalle figure simili di cui si è parlato; e però i tempi della discesa d'un corpo lungo a due archi simili son come le radici quadre de' raggi de' circoli ai quali appartengono gli archi.

C A P. II.

Dei pendoli.

223. Si chiama *pendolo semplice* un peso sospeso per un filo considerato senza gravità e mobile col filo intorno ad un punto fisso chiamato *centro di moto* o *centro di sospensione*; e si chiama *pendolo composto* quando al filo sono attaccati più pesi; onde i pendoli di nostr'uso son composti perchè nella lor costruzione vi s'impiegano delle verghe metalliche che per più versi pesano. Quel moto alternativo d'andare e ritornare intorno al centro di sospensione si chiama *vibrazione* o *oscillazione* del pendolo; e le vibrazioni

diconsi *isocrone* quando si fanno nel tempo stesso: dicesi pure *centro d'oscillazione* nel pendolo composto il punto in cui, se i pesi fossero riuniti, le vibrazioni sarebbero della medesima durata di quelle del pendolo composto. Qui si suppone che il movimento intorno al centro di sospensione sia liberrissimo e che l'aria non opponga alcuna resistenza.

224. Sia ora (Fig. 83.) il pendolo CP posto verticalmente: esso dee stare in riposo perchè l'immobilità del punto di sospensione oppone allo sforzo della gravità una resistenza invincibile. Ma se per un impulsione qualunque il pendolo è portato in N e quindi abbandonato a se stesso, è facile calcolare gli effetti di un tale abbandono. Esprima NG la forza attrattiva che spinge a ogn'istante il corpo con impulsioni eguali verso il centro della terra: essendo essa obliqua alla direzione del pendolo si decompone in due FN, NH. Quest'ultima è interamente distrutta dalla resistenza del punto di sospensione; il pendolo dee dunque muoversi verso il punto P per la forza NF; e comechè la forza attrattiva è costante, il pendolo riceve a ogni istante nel tempo della discesa un accrescimento di velocità ma minore del precedente, perchè l'angolo GNH formato dalla direzione del pendolo e dalla forza assoluta diminuisce a misura che il pendolo s'avvicina al punto P; dunque scema ancora GH o FN: onde gli aumenti di velocità che riceve il pendolo nello scendere sono tanto più piccoli quanto più si avvicina al punto P, e però il pendolo si muove dal punto N al punto P con un moto inegualmente accelerato. Giunto il pendolo in P, $FN=0$; e intanto il pendolo dee muoversi per la velocità acquistata conservatagli dalla sua inerzia: questa velocità basta per farlo salire all'altezza da cui è disceso: dunque il pendolo dee descrivere con un moto inegualmente ritardato un arco simile a quello che egli ha percorso nel discendere.

225. Se un pendolo (Fig. 84.) CP sospeso in C scende per la corda PB e risale per la corda BG, la discesa si farà nel tempo in cui il corpo cadendo verticalmente può percorrere il diametro AB, cioè una lunghezza doppia della lunghezza del pendolo. In un tempo eguale egli salirà per

la corda BG; dunque nel tempo d'un'intera vibrazione che è il doppio del tempo della discesa, il corpo cadendo verticalmente può percorrere quattro diametri cioè una lunghezza ottupla di quella del pendolo.

226. E se due pendoli di diversa lunghezza descrivono archi di circolo eguali, i tempi delle lor vibrazioni saranno come le radici quadre delle lunghezze. Poichè i tempi nei quali un corpo percorre due figure simili ed egualmente inclinate son come le radici quadre delle dimensioni omologhe di queste figure (§ 222.); dunque i tempi impiegati da due pendoli per descriver degli archi di circolo eguali son come le radici quadre de' raggi de' circoli ai quali questi archi appartengono, e però come le radici quadre delle lunghezze de' pendoli (r'').

227. Siccome però il calore dilata e il freddo restringe i corpi, onde i pendoli riescon più corti nell'inverno che nell'estate, e però nel corso d'un'anno non misurano tempi eguali; così il celebre Graham di Londra ha procurato il primo di rimediare a questo inconveniente attaccando alla parte inferiore del pendolo un tubo di vetro con entro del mercurio. Il calor dell'estate dilatando questo fluido che si eleva e raccorcendo in qualche modo il pendolo che il calore ha reso più lungo, il centro di oscillazione resta alla distanza stessa dal centro di sospensione; e nell'inverno il mercurio scendendo al fondo del tubo fa, benchè il pendolo si accorcisca, che il centro d'oscillazione resti tuttavia alla stessa distanza dal centro di moto. Giuliano le-Roy a Parigi e Ellicot a Londra hanno a tale effetto impiegato con

(r'') Quindi il numero delle oscillazioni in un tempo dato è in ragion inversa della radice della lunghezza del pendolo, cioè chiamata l la lunghezza, e n il numero dell'oscillazioni si ha $n = \frac{1}{\sqrt{l}}$.

Onde essendo $n^2 = \frac{1}{l}$, se si chiami l' la lunghezza d'un altro pendolo e n' il numero delle di lui vibrazioni si avrà $n^2 : n'^2 :: l : l'$ e perciò date tre di queste cose se ne conoscerà subito l'altra.

successo un mezzo più comodo. La verga d'acciaio cab (Fig. 85.) che porta il peso o chiamato *lente* è composta di due pezzi separati ca , ab . Il pezzo ca è fisso ad un telaio formato di due traverse d'ottone df , eg , e di due verghe d'acciaio de , fg . Il pezzo ab è attaccato per mezzo d'una copiglia alla piccola traversa d'ottone kh e scorre liberamente in un foro fatto nella traversa inferiore eg ; kh , hi son due verghe d'ottone fisse immobilmente sulla traversa inferiore eg le di cui estremità superiori si applicano di sotto alla traversa kh . Quando l'azion del calore dilata questo sistema di corpi, la verga cab del pendolo si allunga e la lente o s'allontana dal centro di sospensione c ; ma nel tempo stesso l'azione stessa del calore allungando le due verghe d'ottone kl , hi più di quel che allunghi le due verghe d'acciaio corrispondenti de , fg , l'eccesso di dilatazion dell'ottone che non può portarsi in giù fa risalire la traversa kh verso la traversa df , il che fa ravvicinare la lente o al centro di sospensione c . Perchè l'eccesso di dilatazion dell'ottone su quella dell'acciaio ravvicini la lente al centro di sospensione di quanto se ne allontana per la dilatazion dell'acciaio, dee la lunghezza di ogni verga d'ottone stare alla lunghezza del pendolo come la dilatazion dell'acciaio sta a quella dell'ottone cioè quasi :: 3:5.

228. La velocità che ha un pendolo acquistata nell'ultimo punto di sua caduta è come la corda dell'arco che nello scender descrive. Suppongasi che il pendolo descriva l'arco CDB (Fig. 86.) la di cui corda è CB ; tirisi CF normale ad AB : è chiaro che la velocità dal pendolo acquistata nel descriver l'arco CDB è come la velocità che un corpo acquisterebbe cadendo liberamente da F in B , cioè

come $\sqrt{FB}$; ma $\sqrt{FB}$ è in ragione di CB perchè, $BF:CB::$

$CB:BG$; dunque $CB^2 = BF \times BG$; e siccome BG è quantità costante, BF è in ragion di CB^2 e $\sqrt{BF}$ è in ragion di CB ; così la velocità dal pendolo acquistata in B dopo aver descritto l'arco CDB è come la corda BC di quest'arco. Dal che segue che se dal punto B si tirin delle corde le cui lunghezze siano come 1, 2, 3, ec. e s'iscrivan

nel circolo, si taglieranno così gli archi B_1 , B_2 , B_3 ec.: onde venendo il pendolo a cadere riceverà al punto B delle velocità che saranno come 1, 2, 3, ec. Così possondarsi ad un corpo più gradi di velocità: e tale appunto è il principio su cui è costruita la macchina di Mariotte per l'urto de' corpi (§. 27.)

229. Siano ora (Fig. 87.) due pendoli CP , cp le cui lunghezze sian fra loro come le forze attrattive che gli animano; le lor vibrazioni saranno isocrone. Infatti supponghiamo che i pendoli descrivano degli archi simili; le forze che gli animano avranno sempre fra loro lo stesso rapporto, ne' punti corrispondenti di questi archi, e faranno nascere delle velocità che saranno come le lunghezze de' pendoli cioè come le lunghezze degli archi simili che saranno percorsi in tempi eguali. Se i pendoli poi hanno la stessa lunghezza, i tempi in cui fanno le lor vibrazioni sono in ragione inversa delle forze attrattive che gli animano. Sia $cq = CP$; allora il tempo della vibrazione di cq sta a quello di cp :: $\sqrt{cq} : \sqrt{cp}$; ma il tempo della vibrazione di cp è eguale a quello di CP , onde il tempo della vibrazione di cq sta a quello di CP :: $\sqrt{cq} : \sqrt{cp}$; e $cq:cp$ come la forza attrattiva in CP sta a quella in cp : dunque il tempo della vibrazione di cq sta a quello della vibrazione di CP nella ragione inversa delle gravità che gli animano.

230. Per applicare a' pendoli composti queste leggi esclusivamente proprie de' pendoli semplici riducansi quelli a semplici con determinarne come qui appresso il centro d'oscillazione.

Sia (Fig. 88.) la verga inflessibile CA a cui sono attaccati i due pesi B , A , i quali facendo le lor vibrazioni intorno al punto C muovansi in direzioni parallele fra loro ed inclinate nel modo stesso all'orizzonte. Siccome sono animati dalla stessa forza di gravità in ogni punto degli spazj che percorrono, così riceverebbero la stessa velocità se attaccati non fossero ad una verga inflessibile, per cui il peso B attaccato alla più corta estremità CB si muove con più lentezza del peso A attaccato alla lunga estremità CA , poichè B riceve la velocità KB , ed A la velocità DA ;

e perciò vi è un punto come O fra B ed A, il quale è mosso con una velocità che avrebbe ricevuto un pendolo semplice della lunghezza CO facendo le sue vibrazioni, perchè questo pendolo dee esser più corto di CA per esser il peso A accelerato da B e dee esser più lungo di CB per essere il peso B ritardato da A. Si tirino ora GB, FO, EA eguali e parallele, supponendosi che i corpi possan percorrer queste linee in virtù delle lor gravità in un istante infinitamente piccolo. Mentre il punto O percorre FO il peso B percorre lo spazio KB, ed è perciò ritardato da una potenza eguale a B.GK; ma la velocità del peso A è aumentata dello spazio DE essendo spinto da una potenza eguale ad A.DE; dunque la forza che ritarda B sta a quella che accelera A::B.GK:A.DE; ma queste potenze agiscono alle estremità delle leve CB,CA; dunque le loro azioni sono::CB.KG.B:CA.DE.A: ma queste azioni sono eguali; dunque CB.B:CA.A::DE:KG: ma per esser simili i triangoli FKG, FED si ha DE:GK::EF:FG::AO:OB; dunque CB.B:CA.A::AO:OB, onde CB.B.OB=CA.A.AO. Dal che risulta che in un pendolo composto se si moltiplica ogni peso per le sue distanze dal centro di sospensione e d'oscillazione, si avranno prodotti eguali da ogni lato del centro d'oscillazione. Posto ciò suppongasì che i pesi A, B, C, D, E siano attaccati alla stessa verga inflessibile per formare un pendolo composto, e che le loro distanze dal centro di sospensione siano a, b, c, d, e , e che la distanza del centro d'oscillazione dal centro di sospensione sia x , e che sieno le distanze $a, b, c < x$, e le distanze $d, e > x$: le distanze de' pesi A, B, C dal centro d'oscillazione saranno $x-a$ per A, $x-b$ per B, $x-c$ per C e le distanze degli altri pesi saranno $d-x$ per D ed $e-x$ per E. Moltiplicando ciascun peso per la sua distanza dal centro d'oscillazione e dal centro di sospensione si avrà $Aax - Aa^2$ per A, $Bbx - Bb^2$ per B, $Ccx - Cc^2$ per C, $Dd^2 - Ddx$ per D ed $Ee^2 - Eex$ per E: e siccome questi prodotti debbon esser eguali da ogni lato del centro d'oscillazione si avrà $Aax - Aa^2 + Bbx - Bb^2 + Ccx - Cc^2 = Dd^2 - Ddx + Ee^2 - Eex$, onde sarà $x = . . .$

$$\frac{Aa^2 + Bb^2 + Cc^2 + Dd^2 + Ee^2}{Aa + Bb + Cc + Dd + Ee} \text{ cioè in un pendolo com-}$$

posto qualunque la distanza del centro d'oscillazione dal centro di sospensione eguaglia il quoto d'una divisione il cui dividendo è la somma de' prodotti di ciascun peso per il quadrato della sua distanza dal centro di sospensione, ed il cui divisore è la somma de' prodotti di ciascun peso per la sua distanza dal centro di sospensione (s').

(s') Ordinariamente si mettono al pendolo d'un orologio due pesi diversi noti, il più grave fisso all'estremità del pendolo, il più leggero detto *lente* amovibile da scorrere ora in giù ora in su, ora per ritardare ora per accelerare, come porta il bisogno, l'orologio, fissando poi questa lente con una vite al punto in cui fa segnare all'orologio un secondo esattamente per ogni oscillazione. Da ciò nasce naturalmente il problema: dato un pendolo a due pesi A, B (Fig. 88.) trovare dove nel pendolo dee fermarsi la lente B perchè il pendolo faccia le sue oscillazioni in ogni secondo. Ciò vuol dire: trovar la distanza CB dal punto di sospensione C, dove fissare la lente B affinchè il pendolo composto abbia la sua distanza CO del centro d'oscillazione eguale alla lunghezza d'un pendolo semplice *isocrono* cioè del pendolo semplice che fa una vibrazione per secondo. Ora l'uso ha insegnato che la lunghezza CO di detto pendolo è 993 millim. = $3^{\text{p.}} - .8,5^{\text{l.}} = N$. Sia A il peso di A e la sua distanza CA = a , e sia B il peso della lente B e la sua distanza CB = x . Avendo qui sopra veduto che la distanza del centro

d'oscillazione d'un pendolo a due pesi è $\frac{Aa^2 + Bb^2}{Aa + Bb}$, si avrà nel nostro caso $N = \frac{Aa^2 + Bx^2}{Aa + Bx}$, e perciò sciogliendo quest'

$$\text{Eq. } x = \frac{N}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{N^2}{4} + \frac{Aa}{B}(N-a)\right)} \dots (\Psi): \text{ si avranno le}$$

due radici positive e reali se $N < a$, poichè presa l'Eq. $N = \frac{Aa^2 + Bx^2}{Aa + Bx}$ si ha $x^2 - Nx + \frac{Aa}{B}(N-a) = 0$, cioè essendo i

segni alternativi, qualora $N < a$, le due radici son positive. Perciò i due valori di x daranno due punti nel nostro pendolo composto dove ad arbitrio fissare la lente B, perchè esso ad ogni oscillazione misuri $1''$, come si richiedeva.

231. Facciamo ora alcune applicazioni di questi principj. Galileo dopo avere scoperto le leggi della caduta de' corpi, concluse l'eguaglianza e l'isocronismo delle oscillazioni del pendolo e ne fece l'applicazione alla misura esatta del tempo. Huygens l'applicò poi agli orologi a ruote, calcolò qual era il numero più vantaggioso di ruote, il numero de' denti d'ogni ruota e d'ogni rocchetto proprio a far che lo sforzo d'un peso applicato al tamburo della gran ruota non spingesse il pendolo attaccato all'asse della prima ruota che di secondo in secondo, e volendo determinare qual lunghezza aver dovesse un pendolo per far precisamente un oscillazione in ogni secondo trovò che era di 993 millimetri ($3^p. - 8 \frac{1}{2}^l.$): le quali scoperte lo condussero a costruir gli orologi a pendolo, i quali misurerebbero il tempo con una gran precisione, se la resistenza dell'aria e l'attrito della verga al centro di sospensione non diminuissero la grandezza degli archi descritti dal pendolo e però il tempo impiegato a descriverli: il che fa che la somma delle oscillazioni nella prima ora è minore di quella dell'ora seguente; e benchè la differenza sia piccolissima dee tuttavia fissare l'attenzione de' Fisici. Ma sebbene il peso applicato agli orologi a pendolo dovesse per l'azion continua della sua gravità impedire che le oscillazioni del pendolo si rallentassero, siccome per varie circostanze accadeva che l'azion della gravità non era eguale nè sempre egualmente libero il gioco

Che se si volesse un pendolo composto che facesse ogni vibrazione per $0,5''$, per $1'''$, ec., si sostituirebbe in N la lunghezza del pendolo semplice dataci dall'esperienza per avere ogni vibrazione in $0,5''$, in $1'''$, ec. E qui si noti che l'Eq. Ψ ci dà anche i casi in cui il Probl. è impossibile: poichè fatto il radicale $= 0$ si

ha $N^2 + \frac{4Aa}{B} \cdot N - \frac{4Aa^2}{B} = 0$, dove è una sola radice positiva

per esservi una sola alternazione di segni, ed è

$N = -\frac{2Aa}{B} + \frac{2a}{B} \sqrt{(AB + A^2)} \dots (\Phi)$; il che significa che

è sol possibile il Probl. nel caso di $N > \Phi$, mentre nel caso di $N < \Phi$ sarebbe α immaginario.

de' pezzi dell' orologio, e l'estensione delle oscillazioni d'un pendolo poteva esser alterata da molte cause fisiche, si è pensato di rimediare a questi sconcerti e render perfettamente izocrone tutte le oscillazioni d'un medesimo pendolo di qualunque estensione esse si fossero. E fu Huygens che vi giunse scoprendo che un medesimo pendolo che oscillasse in una cicloide (t'') vi farebbe le sue oscillazioni in tempi eguali benchè per altra parte fossero diseguali gli archi descritti; applicò egli la cicloide al pendolo con la differenza che invece di fare cicloidi eguali a tutta la lunghezza del pendolo, contentossi di porre ai due lati del punto di sospensione due piccole lame curvate in arco cicloidale perchè basta che il filo del pendolo si pieghi sopra una parte di ciascuna cicloide. Fu sul principio accolta con trasporto tal felice applicazione, ma poi vi si rinunziò 1.^o per la difficoltà di curvare esattamente le lame in archi cicloidali, 2.^o perchè si è trovato il modo di costruire degli *scappamenti* che non provino un attrito sensibile, 3.^o perchè l'esperienza ha mostrato che il pendolo che descrive piccoli archi di circolo gli descrive in tempi molto esattamente eguali.

Di più la teoria de' pendoli offre un mezzo da conservar le misure di lunghezza come il *metro* in un luogo dove si sia esattamente determinata quella del pendolo; cosicchè se la lunghezza del pendolo fosse per tutto la stessa si avrebbe ancora una misura universale. Ma si è dimostrato con esperienze numerose ed esatte che quanto più ci avviciniamo all'equatore tanto più dee il pendolo esser corto per battere ad ogni secondo; dal che si conclude 1.^o che la gravità è minore all'equatore che sotto i poli, giacchè le lunghezze de' pendoli son come le attrazioni che gli animano; 2.^o che la terra non ha una figura esattamente sferica, ma che è schiacciata e quatta verso i poli, ed elevata all'equatore, conclusione a cui ci ha già condotto ancora (§. 210)

(t'') La cicloide è una curva formata dalla rivoluzione d'un punto della circonferenza d'un circolo che si sviluppa su una tetta. Vedere la Geometria per conoscer la natura e le proprietà di questa curva. A.

la teoria della gravità nella ricerca della figura de' pianeti (v'').

(v'') Richer il primo nel 1672 a Caienna $4^{\circ} 56'$ (100 leghe fr.) distante dall'Equatore osservò che per aver ivi dal suo pendolo, come a Parigi, un'oscillazione per 1" dovea scorcirlo di $1^{\frac{1}{4}}$. Quest'osservazione fu pienamente confermata dalle molte fatte 60 anni dopo dagli Accademici Parigini sotto l'Equatore da Bouguer e Condamine, al polo da Maupertuis e Clairaut: poichè si è alfin rilevata la seg. Tavola che finisce con Spitzberg nella Lapponia, luogo il più vicino al polo ove s'ansi fatte tali esperienze.

Luoghi	latitudine	lunghezza del pendolo
Equatore	0° 0'	439, 21 ^l .
Pondichery	11 56	439, 26
Malta	35 54	440, 22
Roma	44 54	440, 38
Vienna	48 12	440, 56
Parigi	48 50	440, 67
Londra	51 31	440, 75
Pietroburgo	59 56	441, 23
Spitzberg	79 50	441, 38

Di quì si vede che l'allungamento totale del pendolo dall'equatore fino a 80° è di $2,3^{\frac{1}{2}}$ in circa e fino al polo può calcolarsi circa $2,4^{\frac{1}{2}}$. Sul che osserva La-Lande che una diminuzione di $2,31^{\frac{1}{2}}$ sul pendolo lo fa avanzare di $3' 56''$ per seguitare il movimento sidereo, non contando le correzioni da farglisi sì relativamente al calore de' diversi luoghi e tempi il quale dilata gli strumenti per $0,02^{\frac{1}{2}}$ per ogni 3° del termometro, come anche relativamente al peso dell'aria sovrastante che fa una maggiore o minor resistenza benchè per lo più si trascuri senza error considerabile: infatti Bouguer dall'esperienza immediata avea avuto per la lunghezza del pendolo all'equatore $439,07^{\frac{1}{2}}$, e le correzioni gli diedero $439,21^{\frac{1}{2}}$

Del moto di proiezione.

232. Ogni corpo gettato parallelamente o obliquamente all'orizzonte è animato da due forze, di cui l'una è la gravità e l'altra la potenza che gli dà l'impulsione. La direzione della gravità non cangia, perchè tutte le linee che nello spazio attraversato dal corpo tendono al centro della terra, possono esser riguardate come parallele; onde il moto di proiezione è un moto composto di due moti, il primo uniforme secondo la linea di proiezione, l'altro accelerato verso il centro della terra. Sia il corpo A (Fig. 89.) lanciato secondo la linea AH parallela all'orizzonte, la quale sia divisa in parti eguali AB, BG, GH. Mentre il corpo percorre AB, è portato dall'azione della gravità ad un moto perpendicolare all'orizzonte; ora lo spazio che sarebbe percorso in virtù di tal moto sia espresso per la linea BE perpendicolare ad AH; allora il corpo animato nel tempo stesso da due forze AB, BE descrive nel primo istante la diagonale del parallelogrammo ABEK, e nel secondo il corpo continuerebbe in virtù della forza avuta a percorrere la linea BG = EM: ma in virtù della gravità dovrebbe descrivere nel tempo stesso la linea ES = 3 BE (§. 6.); dunque il corpo A si muoverà ancora sulla diagonale EF del parallelogrammo EMSF:

e poi 439, 67 per Parigi. Dunque la gravità non è la stessa per tutto, essendo più grande verso i poli, più piccola verso l'equatore; poichè essendo la forza di gravità quella che bilancia i pendoli, se questa è più debole dee far le sue oscillazioni più lentamente, e però, se si voglion dell'istessa durata, bisogna scorcire il pendolo affinchè gli archi simili sian più piccoli e sian percorsi nel medesimo tempo non ostante la diminuzione di velocità: la differenza che troveremo nella lunghezza del pendolo ne' differenti paesi, ne darà la differenza di gravità. Dunque nè i punti della superficie terrestre nè i corpi che vi si trovano sono alla stessa distanza dal centro terrestre, giacchè, se scema in un pendolo la velocità o la gravità, è segno che allora egli si trova in maggior distanza dal centro di gravità o centro terrestre: dunque la terra non è sferica, ma son differenti i suoi diametri; dunque è sferoidale.

nel terzo istante dovrebbe percorrere la linea $GH=FO$, cioè percorrere la diagonale FL del parallelogrammo $FOLR$: e in tal modo dee concepirsi il moto di A qualunque esser possa la direzione di AH supposta obliqua all'orizzonte. Ora tutte queste diagonali AE, EF, FL congiunte insieme formano una sezione conica chiamata *parabola*, poichè $BE(=AK):GF(=AP)::AB^2:AG^2::KE^2:PF^2$ per essere $AK=1, AP=4$ e $AB^2:AG^2::1:4$. Perciò presa AN per l'asse della curva, AK ed AP ne sono le ascisse, e KE, PF le ordinate corrispondenti; dunque in questa curva le ascisse son come i quadrati delle ordinate corrispondenti, proprietà della parabola. Quindi è che la parabola serve a determinare in qual maniera i corpi animati da un moto di proiezione dovrebbero muoversi nel vuoto, sopra di che è fondata tutta la *Balistica* ossia l'arte di misurare il getto d'una bomba o d'una palla.

233. Si vuol egli colpire (Fig. 90.) lo scopo C gettandovi il corpo A con una velocità eguale a quella che acquisterebbe in cadere dall'altezza DA ? eccone il modo, determinando la direzione in cui il corpo dee esser lanciato. Tirate sull'orizzonte la normale AP quadrupla di AD , e dividerela per metà in G , per dove passi HGK parallela all'orizzonte; dal punto A allo scopo C tirate AC , su cui abbassate la normale AK prolungata sinchè tagli la linea HGK , e preso K per centro descrivete un circolo col raggio AK ; alfine tirate sull'orizzonte AB una normale che passi per lo scopo C e tagli il circolo in E ed in I : ciò posto se gettate il corpo nella direzione di AE o di AI , egli passerà attraverso dello scopo C . Infatti un corpo che cade dall'altezza DA con moto uniformemente accelerato percorrerebbe nel tempo stesso con moto uniforme uno spazio doppio di DA con la velocità acquistata alla fine di sua caduta (§. 17.); di più il tempo in cui un corpo che muovesi sempre con la stessa velocità percorre uno spazio doppio di DA , sta al tempo in cui percorrerà AE con la stessa velocità:: $2DA:AE$; ed il tempo in cui passa per AE dee essere eguale a quello in cui passa per EC , per colpir lo scopo C : e inoltre il quadrato del tempo in cui il corpo percorre cadendo la

lunghezza DA, sta al quadrato del tempo in cui nella sua caduta percorre la lunghezza EC con moto uniformemente accelerato:: DA:EC (§. 15.); dunque $4DA^2:AE^2::DA:EC$, $4DA^2 \times EC = AE^2 \times DA$, $4DA \times EC = AE^2$, $4DA:AE::AE:EC$; ed infatti per i triangoli simili APE, ACE essendo gli angoli CEA = EAP, CAE = APE, PA:AE::AE:EC, ma PA = 4DA; dunque ec. Supposto poi che lo scopo fosse sull'orizzonte stesso al punto B, la linea AK sarebbe la stessa di AG.

234. Se si fosse posto lo scopo al punto x o al punto y, si sarebbe dovuto lanciare il corpo A nella direzione AH. La distanza del corpo dallo scopo conosciuta col nome d' *ampiezza della parabola* sarà la più grande possibile quando si vorrà toccare un punto sull'orizzonte stesso, se AH fa con l'orizzonte un angolo di 45° : tutte le altre direzioni che son da ogni lato lontane da H per un egual numero di gradi, faranno che l'ampiezza della parabola sarà minore e che il medesimo punto dell'orizzonte sarà colpito sia chesi getti il corpo A o nell'una o nell'altra direzione.

235. Noi qui abbiam supposto i corpi mossi nel vuoto. Ma Newton avendo ricercato come si muoverebbero attraverso dei fluidi che oppongono della resistenza, trovò che descriverebbero non già una parabola ma bensì un'altra curva che si avvicinerebbe d'assai all'iperbola (u'').

(u'') Veramente nulla di certo si può ancor determinare sul metodo di calcolar la resistenza dell'aria nella Balistica; poichè i metodi di Wallis, Leibnitz, Newton sono ipotesi più geometriche che naturali come se n'esprime il Wolfio (Mechan. §. 707.), dimostrate false dal Co. Giac. Riccati (Supplem. al Giorn. de' Lett. d'Ital. T. 2. art. 8.) e dall'Ab. Suzzi (Opusc. Scient. T. 25.). Potremmo su ciò appigliarci a quanto ne hanno scritto Robins ed Eulero traduttore e commentatore di Robins, se gli Eruditi di Lipsia ne' loro Atti del Maggio 1746 nel dar conto di quest'Opera degna non ci dicessero che moltissimo ancor manca per aver un metodo facile e sicuro da valutar ne' tiri d'artiglieria la resistenza dell'aria. Sarà dunque necessario per la pratica rimettersi all'esperienza, come insegna il gran Maestro della Balistica Belidor (Bombardier Francois pag. 8.) secondo il metodo che insegna egli stesso e che egli stesso pose in pratica con felice successo (Ibid. pag. 17.).

LIBRO IV.

Dell' Affinità o Attrazione Chimica.

CAP. I.

Leggi dell' affinità Chimica.

LA parola *affinità* è qui consacrata ad esprimere un' azione puramente fisica, cioè la forza per cui le molecole de' corpi s'attraggono reciprocamente, si cercano per così dire scambievolmente, e si sforzano d'avvicinarsi le une con le altre, benchè con più ragione le si dia il nome di *attrazione chimica o molecolare*, che preferiamo al primo. Bensì non deve confondersi l'attrazione chimica con la gravitazione, giacchè quella ha soltanto luogo quando le molecole son quasi a contatto, e fra' piccolissimi corpi, essendo nulla assolutamente fra i corpi di un considerabil volume, laddove questa non si esercita che a grandi distanze e fra grandi masse essendo appunto in ragion diretta delle masse. Ora la legge d'attrazione per le grandi masse relativamente alla distanza può applicarsi ai fenomeni infinitamente varj offerti dall'attrazion chimica? Newton lo sospettò e Buffon in un modo ingegnosissimo mostrò nella sua *Seconda Veduta sulla natura*, che le leggi dell'attrazion chimica compariscono differenti da quelle spettanti alle grandi masse, perchè ad una piccolissima distanza la figura delle molecole che attraggonsi fa quanto la massa e più, entrando anche la figura nell'elemento della distanza. Il fatto tuttavia fa vederci che un tal problema è insolubile, giacchè non sono ancora i Fisici giunti a dar la soluzione rigorosa d'alcun caso d'attrazione chimica applicandovi la legge del quadrato della distanza in qualunque modo l'abbian supposta modificata dalla figura delle molecole. Dunque cerchiamo sol-

Vol. I.

n

tanto d'esaminarne i fenomeni, i quali secondo la lor differenza hanno ai Fisici presentato diversi nomi d'affinità per es. *affinità d'aggregazione*, di *composizione*, di *dissoluzione*, di *precipitazione*, *affinità semplice*, *doppia*, *affinità igrometrica* ec., tutte affinità, che benchè considerate in differenti circostanze e sotto aspetti diversi non essendo che una sola e medesima forza, ridurremo a tre sole specie, cioè *attrazioni semplice*, *elettiva* e *complessa*.

236. L'attrazion *semplice* è quella che si esercita fra due sostanze semplici, o composte purchè in ciascuna i principj componenti non agiscano che per una forza collettiva. Se le due sostanze son della medesima specie se ne ottiene un tutto omogeneo le cui parti restano concatenate per la forza d'aggregazione, che è sempre il risultato dell'attrazione. Un pezzo di marmo, di zolfo ec. son formati da molecole omogenee che l'attrazione unisce più o meno strettamente secondo che ella ha più o meno d'attività e d'energia. Che se le sostanze sono di differente specie, ne risultano fenomeni differenti secondo il grado d'intensità dell'attrazione soggetta a delle variazioni come si vede negli annessi esempj: 1.^o versando dell'olio sull'acqua non succede mescolanza, e le due sostanze prendono il posto che lor conviene secondo la lor gravità specifica: 2.^o se getto un pezzo di zucchero nell'acqua, tosto vi precipita per l'eccesso della sua gravità specifica, ma presto sparisce conservando l'acqua tutta la sua trasparenza: dunque vi è un'unione intima ed uniforme fra le molecole dell'acqua e dello zucchero, benchè sia un'unione poco forte, giacchè lo zucchero e l'acqua conservan ciascuno dopo la lor riunione una gran parte delle lor proprietà: 3.^o ed è pur debole per l'istessa ragione l'unione e l'attrazione fra l'acqua e l'aria, l'acqua e il calorico, fluidi eterogenei, nell'evaporazione cioè nella dissoluzione dell'acqua per mezzo dell'aria, e nella evaporazione cioè nella dissoluzione dell'acqua per mezzo del calorico: 4.^o dovèchè è più forte l'unione sparendo le proprietà delle due sostanze nel contatto d'un alkali con un acido, la qual'unione prodotta dalla chimica attrazione fa nascer un sale in cui non si riconosce più alcuna proprietà delle

sostanze composte; allora la dissoluzione prende il nome di *combinazione*.

237. L'attrazione *elettiva* accade ogni qualvolta a un composto di due sostanze presentasi un corpo che ha più affinità con uno de' componenti di quello che l'abbian essi fra loro; e quivi son sempre in azione tre forze. Versato dell'acido sulfurico in una soluzione di muriato di barite, tosto si vede il liquido turbarsi, e precipitarsi al fondo del vaso un abbondante materia bianca. Ora l'acido muriatico ha dalla natura una forza attrattiva verso la barite, e l'ha, ma assai maggiore, anche l'acido sulfurico; onde da questa forza maggiore viene la barite distolta dall'acido muriatico, e si attacca all'acido sulfurico, facendo una specie di scelta prima di fare il nuovo composto insolubile nell'acqua, il quale precipitasi nel fondo del vaso.

238. L'attrazione *complessa* ha luogo ogni qualvolta un composto di due sostanze non può esser decomposto da una sola sostanza ma da questa medesima sostanza unita ad un'altra. Ed ecco quì in azione quattro forze il cui concorso forma l'attrazione complessa. Per ben concepir quest'azione bisogna decompor queste forze ed opporre quelle che concorrono a rompere le combinazioni esistenti a quelle che tendono alla lor conservazione; le prime si chiamino attrazioni *divellenti*, le seconde *quiescenti* (x''). Se queste superano le altre non succede alcun cambiamento nelle combinazioni; ma se le divellenti son le più forti, le combinazioni esistenti restan rotte e se ne forman delle nuove. Eccone il prospetto in breve 1.º Prendasi una dissolu-

(x'') Siam debitori di questa Teoria al celebre Kirwan espressa brevemente così. Siano a, b le affinità di due acidi A, A' e di due basi B, B' qualunque, e siano a', b' le affinità dell'acido A' con la base B e dell'acido A con la base B'; sarà $a + b = s$ la somma delle forze quiescenti, $a' + b' = s'$ la somma delle divellenti. Se $s = s'$ ovvero $s > s'$ non vi sarà cangiamento; ma se $s < s'$ il cangiamento vi sarà e succederà la decomposizione. V. *De affinitatibus chemicis*. Senis. 1803., dissertazione che merita d'esser letta da chiunque voglia una ragionata teoria sulle affinità chimiche.

zion di muriato di barite e vi si mescoli una dissoluzione di potassa; non ne nasce alcun effetto: 2.^o se in una dissoluzione di muriato di barite si mescoli dell'acqua saturata d'acido carbonico, non succede nella mistura alterazione: 3.^o se in una dissoluzione di muriato di barite si mescoli una dissoluzione di carbonato di potassa, tosto il liquido si turba, e precipita al fondo una materia bianca. Il muriato di barite composto di barite e d'acido muriatico è a sinistra co' suoi componenti, e a destra il carbonato di potassa composto di potassa e d'acido carbonico: l'attrazione dell'acido muriatico per la barite, e della potassa per l'acido carbonico son le attrazioni quiescenti, e le divellentì l'attrazioni dell'acido muriatico per la potassa e dell'acido carbonico per la barite: queste son maggiori; dunque restan rotte le prime combinazioni ed in vece di muriato di barite e di carbonato di potassa si ha del muriato di potassa e del carbonato di barite il quale come insolubile nell'acqua si precipita (y').

Muriato di Potassa.			
Muriato di Barite	Acido		
	Muriatico	44	Potassa
	48	+	19=67
	Barite	29	Acido
		= 3	Carbonico
Carbonato di Barite.			

(y') In questo schema si suppone l'affinità dell'acido muriatico con la barite = 48 e dell'acido carbonico con la potassa = 19, e quindi l'affinità dell'acido muriatico con la potassa = 44 e dell'acido carbonico con la barite = 29, poichè in realtà l'affinità del primo acido con la potassa è inferiore all'affinità del medesimo con la barite, e quella del secondo, uno degli acidi più deboli, con la barite è superiore all'affinità del medesimo con la potassa. Da ciò si rileva il perchè nè la potassa nè l'acido carbonico, se son soli, non posson decomporre il muriato baritico: mentre colla potassa la forza quiescente è 48, coll'acido carbonico la divellente è

E quì si rappresentano anche alcune circostanze dell' operazione; per es. la punta della coda inferiore diretta al basso indica che il carbonato di barite precipita; che se fosse in alto indicherebbe che la nuova composizione sarebbe restata in dissoluzione. Guiton è il Fisico che con maggior successo si è occupato ad esprimere in numeri la forza comparativa dell'attrazioni chimiche (z'').

239. Perchè una dissoluzione si eseguisca bisogna che un de' due corpi sia fluido affinchè le molecole possano introdursi fra quelle del corpo solido: nel che l'azione è reciproca, non dandosi al fluido il nome di *dissolvente* se non perchè dà la sua forma al solido; sebbene si dan de' casi in cui niuno de' corpi che si combinano è nello stato fluido. Ora quando un solido si discioglie in un fluido, la tendenza alla combinazione ha non solo da superar la resistenza meccanica che fa nascer la differenza delle gravità specifiche, ma ancora la forza d'aggregazione che tiene incatenate le molecole del solido, la quale quanto è maggiore, tanto maggiore è ancora l'ostacolo alla combinazione.

240. Nè succede combinazione senza cangiamento di temperatura, che talora è rapidissimo, talora appena sensibile. Questo dipende dall'aver ogni combinazione il suo grado determinato d'energia, variabile in ciascheduna perchè le molecole esistono in tutti i corpi della natura a distanze per se stesse differenti per ciascuno. Quando si forma un nuovo composto, esiste più o meno avvicinamento nelle sue molecole di quello che non esisteva nella combinazione dalla quale i suoi elementi si son separati. Nel primo caso vi è sprigionamento di calorico e aumento di temperatura, nel secondo vi è assorbimento di calorico e diminuzione di tem-

44; onde non può esservi verun cangiamento, e meno coll'acido carbonico, giacchè $29 < 48$. Ma succede il contrario se vengono a contatto il muriato baritico cioè il composto d'acido muriatico e barite ed il carbonato di potassa cioè il composto d'acido carbonico e potassa, giacchè la somma delle forze divellentì è $44 + 29 = 73$ e delle quiescenti $48 + 19 = 67$, e $67 < 73$.

(z'') V. l'Enciclop. metodica art. *Affinità*. A.

peratura: e la combinazione è tanto più intima e l'affinità tanto più grande, quanto maggiore è la quantità del calorico sprigionatosi. Quando l'acqua si combina con un sale che cristallizza, passa allo stato solido e le sue molecole si avvicinano; dunque si sprigiona del calorico. Se per lo più non ne siam testimonj, ne abbiamo una prova quando vediamo prodursi del freddo nella dissoluzione d'un sale cristallizzato. Allora l'acqua per ripassare allo stato fluido, riprende ciò che aveva perduto, e per l'esecuzione della dissoluzione bisogna più calorico di quello che non ne bisognerebbe per disciogliere il sale senza tal circostanza.

241. Quando vi è combinazione, la gravità specifica nel composto è sempre più o meno grande che nelle combinazioni che distruggonsi per produrle. Ciò nasce per conseguenza necessaria della legge stabilita.

242. I gradi di calore fanno variare in un modo assai diseguale le attrazioni delle differenti sostanze; per es. l'ammoniaco decompone al freddo il solfato di magnesia, e al caldo no; e il solfato di magnesia ed il muriato di soda si decompongon reciprocamente alla temperatura di 0, mentre a 20° o 30° sopra o l'acido sulfurico si riporta sulla magnesia e l'acido muriatico sulla soda.

L'oggetto di quest'opera non ci permette fermarci sopra certe anomalie che accadono in tali fenomeni. Accada per es. che la sostanza A decomponga BC, e B decomponga AC. Alcuni n'hanno concluso che A ha ora più ora meno d'attrazione di B per C, ed hanno procurato rilevare da queste sorti di decomposizioni reciproche un argomento contro la teoria dell'attrazione; ed infatti è assurdo che due sostanze, tutto il resto essendo eguale, esercitin sopra una terza un'azione tanto contraddittoria. Ma non è questo ciò che succede. Se s'incontrano alcune anomalie in quest'ordine costante di fenomeni, il motivo si è che allora accade qualche variazione nelle circostanze che gli accompagnano o qualche nuova forza che cangia le condizioni d'equilibrio e turba l'ordine dell'attrazioni. Facendo bollire dell'alkali su del prussiato di ferro questo si decompone quasi subito; la potassa leva all'ossido metallico l'acido,

che lo costituiva blu di Prussia, forma un prussiato solubile, e l'ossido di ferro resta depositato nel fondo del vaso. Intanto bene osservando questo deposito si vede che ancor contiene dell'acido prussico e che è proprio a dare del blu. Se per levar questo resto d'acido si cerca di farlo bollire con della potassa, come la prima volta, si avrà un bel forzar le dosi e prolungar l'ebullizione, che non si arriverà mai a questo. Dunque la potassa che da principio pareva aver più attrazione del ferro per l'acido prussico, quì è difettosa per decomporre la stessa combinazione di cui aveva già trionfato, 1.^a anomalia. Di più, se si fa bollire dell'ossido di ferro sul prussiato di potassa, questa sostanza che esiste per una decomposizione del prussiato di ferro per la potassa, è decomposta dall'ossido di ferro in modo che sembra dedursene che la potassa ha ora più ora meno attrazione per l'acido prussico del ferro, 2.^a anomalia. Se fassi bollire della potassa sul prussiato di ferro, ad un tratto e simultaneamente accade che la potassa s'impadronisce d'una parte dell'acido e l'ossido di ferro messo a nudo si porta sulla porzion di prussiato non decomposto. Quando in virtù di questo spartimento d'azione tutto si trova ridotto in prussiato di potassa da una parte, e in prussiato di ferro con l'eccesso di ferro dall'altra, nulla può la potassa, e ciò senza esservi contradizione, perchè non ha più che fare col medesimo corpo; ma se si leva il ferro in eccesso per mezzo d'una sostanza che ha per l'ossido di ferro più attrazione che quest'ossido non ne ha per il prussiato di ferro, quest'ultimo è di nuovo attaccabile dalla potassa con la medesima restrizione intanto di quì sopra. Riprendendo così successivamente l'ossido di ferro per mezzo d'un acido e trattando il residuo per mezzo della potassa, si decompone tutto il prussiato di ferro, onde l'ossido di ferro in eccesso è suscettibile di decomporre il prussiato di potassa. Quì pertanto l'azione si divide, da una parte va a formarsi un prussiato di ferro, dall'altra un prussiato di potassa, ma in modo che questo non sarà mai decomposto per l'intero. Così l'acido muriatico mai decompone se non in parte il nitrato di rame, l'acido sulfurico il solfato di calce ec.

243. Benchè qui siasi parlato di attrazione semplice ed elettiva, a parlar propriamente non esiste in natura che la complessa esclusivamente. Quando una sostanza è scacciata da una terza d'un composto binario, o questa sostanza si precipita, e allora obbedisce a una quarta forza composta e della sua forza d'aggregazione per cui si solidifica e della sua gravità; o se la sostanza eliminata o il prodotto se ne va allo stato di gas, lo fanno in virtù d'una forza da aggiungersi a quella che tendeva a romper l'equilibrio stabilito; o finalmente se il tutto o parte resta disciolto nell'acqua, questo fluido agisce anch'allora per una forza che entrar deve in considerazione: e siccome accade sempre una di queste tre cose, così è naturale il concludere che non v'è mai azion di tre forze semplicemente o attrazione elettiva.

C A P. II.

De' tubi capillari.

244. Se si tuffa nell'acqua un tubo *capillare* cioè tale cha la di lui cavità interna sia un cilindro strettissimo da paragonarsi a un capello, nel momento stesso dell'immersione l'acqua si eleva nel suo interno e vi resta sospesa al di sopra del livello ad un'altezza che è in ragion inversa del diametro del tubo: e se s'immerge nel mercurio, egli sta al disotto del livello e il suo abbassamento è pure in ragione inversa del diametro del tubo (a'''). E'

(a''') Determinatamente non suol darsi ai tubi capillari un diametro maggiore di $2^{\frac{1}{2}}$ Parigine $\equiv 3^{\frac{1}{2}}$ del Reno, misura usata da Musschambroek. Ora se due o più tubi capillari aperti alle loro estremità si pongon verticalmente in dei fluidi, se se n'eccettui il mercurio, fino ad un certo punto della loro lunghezza, il fluido interno vi si eleva al disopra della superficie dell'esterno, con questo però che i fluidi specificamente più leggieri vi si elevano meno, per es. il vino meno dell'acqua, l'alkool meno del vino cc.; cosicchè poste le gravità specifiche dell'alkool, del vin rosso, dell'

questo il fenomeno che oltre a servire alla spiegazion di molti altri sembra contraddire ad una legge primaria dell'equilibrio de' fluidi (§. 100.). Lasciate da parte le ipotesi diamone la spiegazione con i veri principj. 1.^o Le molecole dell'acqua

acqua rispettivamente :: 886:993:1000, le loro elevazioni nei tubi capillari son :: 4:7:12. Inoltre a ragione ancora della più gran lunghezza de' tubi più si elevano i fluidi al disopra della lor superficie esterna. Infatti facendosi uso di tubi nuovi (giacchè vi è differenza dal servirsi di tubi nuovi o vecchi) si ebbero i segg. risultati in linee fr.

Lunghezza d. tubo	elevazione d. fluido
$\left(\begin{array}{c} 132^{\frac{1}{2}} \\ 19 \end{array} \right.$	$\left(\begin{array}{c} 18^{\frac{1}{2}} \\ 13 \end{array} \right.$
$\left(\begin{array}{c} 154 \\ 28 \end{array} \right.$	$\left(\begin{array}{c} 20 \\ 16 \end{array} \right.$
$\left(\begin{array}{c} 144 \\ 72 \end{array} \right.$	$\left(\begin{array}{c} 14 \\ 11 \end{array} \right.$

Tutti questi fenomeni succedono egualmente nel vacuo che nel pieno.

Determinandoci ora all'acqua, questa vi si eleva in ragion inversa de' diametri de' tubi, cioè se A, a , e D, d sian rispettivamente le loro altezze ed i loro diametri, si ha $A:a::d:D$.

E siccome questi fenomeni si spiegan con l'ultima facilità per mezzo dell'attrazione, così si può aver facilmente la quantità d'acqua elevata: si con riflettere che se gli effetti debbon esser proporzionali alle cause, le quantità anche dell'acqua elevata in due tubi capillari son proporzionali alle forze attrattive de' tubi, cioè se F, f sian le forze, Q, q le quantità d'acqua elevata sara $F:f::Q:q$. Ma Q, q son cilindri d'acqua, i quali sono in ragion de' quadrati del lor diametro moltiplicati per l'altezza, giacchè un cilindro è il prodotto dell'altezza per il circolo di sua base e i circoli sono in ragion de' quadrati de' diametri; dunque $F:f::Q:q::AD^2:ad^2$. Infatti supposto che il tubo C sia diviso (Fig. 91.) in tante sezioni o anelli di piccolissima altezza *ecce, cbhc, baabec.*, appena che il tubo è prossimo all'acqua A , l'anello inferiore *ecce* colla sua forza d'attrazione, maggior dell'attrazion delle molecole acquee fra loro, elevera l'acqua interna e se n'empirà l'anello *ecce* prossimamente superiore alla su-

s'attraggono scambievolmente; dal che nasce e la forma sferica che prendono delle goccioline isolate d'acqua e quella specie di trasporto con cui veggonsi riunire per formare una massa comune quando si pongono a contatto; 2.^o l'acqua

perficie totale dell'acqua A. Ma quest'acqua elevata per *ecce*, è anche attratta dall'anello *cbbc*, quindi da *baab* ec. e così di seguito dagli anelli successivi, finchè la forza di gravità dell'acqua elevata che lo porta all'ingiu, non si equilibri con la forza d'attrazione dell'anello per cui l'acqua stessa è sostenuta, al qual punto cesserà d'elevarsi. Quindi è che non tutta insieme la superficie interna del tubo nè in un tempo stesso ma gradatamente e a sezioni essa agisce sull'acqua, l'attrae e l'inalza; ed inoltre il fluido resta sospeso per la forza attrattiva della sola sezione prossimamente superiore all'acqua stessa elevata e sospesa. Dunque la quantità d'acqua elevata dee esser proporzionale alla forza di questa stessa sezione, la quale, supposta l'omogeneità del tubo, è in ragion del diametro del tubo; dunque la quantità d'acqua elevata è proporzionale ai diametri de' tubi: vale a dire essendo come sopra $Q:q::A:D^2:a:d^2$,

ed $A:a::d:D$, si avrà $Q:q::\frac{a d D^2}{D}:a d^2::d D^2:d^2 D::D:d$.

Non si creda però che quando si dice attrarre il vetro le molecole acquee per farle salire, egli le attragga con tutta la sua forza attrattiva; poichè le solleva soltanto con l'eccesso di essa sulla mutua attrazione delle molecole acquee fra di loro; onde chiamata F la forza attrattiva assoluta del vetro, f quella dell'acqua, la forza con cui il vetro attrae l'acqua sarà $F-f$, e perciò tutta la forza attrattiva di una sezione sarà $(F-f)d$, supposto d il diametro del tubo. Ma l'acqua si eleva finchè il peso dell'acqua elevata, che chiamo p , sia in equilibrio con la forza attrattiva; dunque giunta al suo termine l'elevazione dell'acqua sarà tutta l'acqua elevata $p=(F-f)d$: ma p deriva da un cilindro d'acqua che ha per base un circolo del diametro d e per altezza x , e la solidità d'un cilindro è il prodotto dell'altezza nel circolo di base, e i circoli sono in ragion de' quadrati de' lor diametri; dunque

sarà $p=x d^2=(F-f)d$, ed $x=\frac{F-f}{d}$. Donde si avrà, es-

sendo $F-f$ quantità costante nel caso d'uno stesso fluido, $x=\frac{1}{d}$

cioè l'altezza a cui l'acqua si eleva nei tubi capillari è in ragion reciproca del diametro del tubo.

Cangiandosi pertanto il fluido, cangia anche $F-f$ cioè cangian

è attratta dal vetro; 3.^o l'attrazione del vetro per l'acqua è maggiore di quella dell'acqua per se stessa: infatti s'immerga un pezzo di vetro nell'acqua, e si ritiri; vedesi la sua superficie ricoperta di molecole d'acqua aderenti agli elementi del vetro, il che indica avere il vetro per l'acqua maggiore attrazione che ella non ha per se stessa.

245. Dal che si deduce come lo conferma l'esperienza che 1.^o se nell'acqua la cui superficie è rappresentata per MN (Fig. 92.), s'immerga un bastone di vetro A, in virtù dell'attrazione del vetro per l'acqua maggior di quella dell'acqua per se medesima l'acqua, dee elevarsi da ogni banda del bastone e formar due superficie concave EDC, FGH: 2.^o dalla massa d'acqua sollevata dee distaccarsi un gran numero di molecole del fluido, le quali secondo

anche l'altezza delle elevazioni del fluido. Supposto ora che io immerga il tubo nel mercurio, siccome $F < f$ cioè la forza con cui le molecole del mercurio si attraggono fra loro è maggior della forza con cui il vetro le attrae a se, così $F - f$ sarà una quan-

tità negativa e però $x = -\frac{1}{d}$, vale a dire il mercurio interno

si abbasserà al di sotto della di lui superficie esterna e il suo abbassamento sarà nella stessa ragion reciproca del diametro del tubo.

E finalmente quanto più sarà $f < F$ cioè quanto più piccola sarà la forza attrattiva delle molecole del fluido fra di loro (il che vuol dire quanto più grande sarà la gravità specifica del fluido), tanto più grande sarà x cioè tanto più si eleverà il fluido come l'acqua ec.; e viceversa quanto più f si accosterà al valor di F cioè quanto più grande sarà la forza d'attrazione fra le molecole del fluido, sempre però minore di F , (il che vuol dire quanto più piccola sarà la gravità specifica del fluido), tanto più piccola sarà x cioè tanto meno si eleverà il fluido, come il vino, l'olio, l'alkool ec.: giacchè quanto maggiore o minore è la gravità specifica d'un fluido, tanto minore o maggiore rispettivamente si è la forza di attrazione fra le molecole componenti il fluido, detta anche forza di adesione.

Si leggano le dissertazioni 1.^a di Musschembroek (dissert. Physic. Leidac. 1729.), 2.^a del P. Gio. Batista Crispi delle Sc. Pie (Romae. 1775.) sui tubi capillari, 3.^a del P. Eustachio Fiocchi delle Sc. Pie (Senis. 1803.) sull'attrazioni de' corpi prossimi al contatto.

le circostanze debbon situarsi a differenti altezze, onde la maggior parte delle cristallizzazioni saline hanno la proprietà di aggrapparsi lungo le pareti de' vasi che le rinchiudono e di spandersi ancora al di fuori: 3.^o il peso della massa d'acqua sollevata è la misura esatta dell'aderenza di questa massa con la linea delle molecole superiori determinata dalla lunghezza del bastone: 4.^o qualunque sia la natura del fluido, la superficie curva è sempre la stessa, e solo va a terminare o più presto o più tardi secondo che la coesione delle molecole del fluido è minore o maggiore: 5.^o nè l'aderenza del fluido con la parte immersa del bastone, nè la preponderanza delle colonne esteriori entrano per niente nella sospensione della porzione d'acqua sollevata, la quale è soltanto dovuta all'aderenza delle molecole d'acqua che terminan la superficie curva con gli elementi del vetro che son a contatto con esse ed immediatamente al di sopra: 6.^o E se s'immerge un secondo bastone parallelamente al primo, accaderà lo stesso se i due bastoni sono ad una certa distanza l'uno dall'altro (Fig. 93.): Ma se si accostino in modo che le curve interne s'incrocino, l'acqua dee elevarsi più alto di prima (Fig. 94.), perchè se la superficie dell'acqua sollevata avesse la forma non continua AHB, le forze che nel primo caso potevan sollevare le due masse considerate separatamente non avrebbero l'intero loro effetto; dunque supposto che dette forze non abbian ricevuto alcun aumento, è chiaro che esse sollevano ancora un volume d'acqua eguale a CHD, che la superficie dell'acqua si eleverà in parte in IGK, e che tale elevazione aumenterà a misura che diverrà più piccola la distanza fra i due bastoni: 7.^o se invece di bastoni s'usano tubi di vetro capillari, l'elevazione dell'acqua al di sopra del livello esser deve in ragione inversa del diametro del tubo. Infatti più è piccolo il diametro del tubo immerso, più è rientrante la sua curvatura, e però son più vicine le azioni che le sue molecole esercitan sul fluido; dunque supposta una molecola del fluido situata alla medesima distanza da un punto attraente preso sulle curvature di più tubi capillari di differenti diametri, gli archi,

la cui metà sarà in questo punto, tanto più si piegheranno verso questa molecola ed agiranno perciò sopra di lei con delle attrazioni altrettanto più vicine al contatto, quanto più stretti saranno i tubi a cui appartengono; dunque l'elevazion di questa molecola al di sopra del livello sarà in ragion inversa del diametro del tubo.

246 Di qui si può dedurre un mezzo semplice per determinare i rapporti d'attrazione che hanno per le lor proprie molecole i fluidi capaci d'elevarsi nei tubi capillari; perchè, essendo il peso d'ogni colonna fluida sollevata la misura di loro aderenza con una colonna di molecole che ha il medesimo diametro del tubo, basterà determinare le altezze a cui si tengono i differenti fluidi in un medesimo tubo, e moltiplicarli rispettivamente per la gravità specifica d'ognuno, con l'avvertenza di far queste esperienze alla medesima temperatura. Così presa per 1 l'attrazion dell'acqua distillata per se medesima, per le attrazioni di tre altri fluidi relative alla temperatura di 20° a scala centigrada si ha acido sulfurico 0,7; alkool 0,3; etere sulfurico 0,2. Probabilmente ad altre temperature questi rapporti proveranno delle variazioni.

247. Spieghiamo ora il fenomeno dell'abbassamento del mercurio al di sotto del livello immergendo in esso un tubo capillare. 1.^o Le molecole del mercurio s'attraggono scambievolmente, e però le gocce di mercurio abbandonate a se stesse prendon la figura sferica, e due o più molecole di mercurio contraggono fra loro un'unione dal momento in cui sono a contatto: 2.^o il vetro ha dell'attrazione per il mercurio; se posta sopra un foglio una goccia di mercurio si tocchi questa con un pezzo di cristallo, il mercurio vi si attacca; e se si alzi gentilmente il vetro al disopra del foglio, il mercurio vi si attacca a superficie piana d'una larghezza considerabile relativamente al volume della goccia come facilmente si vede col microscopio; e finalmente se si tiene il vetro un poco obliquo, la goccia di mercurio dolcemente gira sul suo asse lungo il lembo inferiore del vetro finchè giunga alla punta dove resta sospesa come prima: 3.^o il vetro ha meno attrazione

per il mercurio di quello che il mercurio per se medesimo; se si presenta ad una massa di mercurio una goccia di esso attaccata alla punta d'un bastone di vetro, la goccia abbandonando il vetro si unisce alla massa; e però un vetro tuffato in un bagno di mercurio non ne resta ammollato.

248 Di qui si rileva che 1.^o se s'immerge un bastone di vetro in una massa di mercurio, il fluido dee abbassarsi da ogni banda del bastone e formar due superficie convesse della natura stessa di quelle che presenta il fenomeno dell'ascensione (§. 245.): 2.^o il peso del mercurio abbassato è la misura esatta della forza con cui aderiscono fra loro due linee di molecole fluide della stessa lunghezza del bastone: 3.^o la depressione dee essere tanto più considerabile, quanto più grande è la coesione delle molecole del fluido: 4.^o il bastone è sollevato con una forza eguale al peso del fluido depresso: 5.^o e se s'immerge un altro bastone parallelo al primo, accade lo stesso se i bastoni sono ad una giusta distanza fra loro; ma se sono sì vicini che le curve interiori s'incrocino, allora la depressione esser deve più considerabile di prima, e diviene tanto più grande quanto è più piccola la distanza de' bastoni: 6.^o se a' bastoni sostituisconsi tubi capillari, la depression del mercurio al di sotto del livello esser deve in ragione inversa del diametro del tubo, teorema che si prova con lo stesso raziocinio con cui si provò la legge d'ascensione (§. 245.).

249. Anche di qui si può dedurre un mezzo facile per determinare in numeri l'attrazion del mercurio per se stesso comparata con quella dell'acqua stillata presa per 1. Basta moltiplicare l'altezza della depressione per la gravità specifica del mercurio, e dividere il prodotto per l'altezza a cui si eleva nel tubo stesso. Le molte esperienze fatte c'insegnano che la forza d'aggregazione delle molecole del mercurio è 3, 6 cioè è quasi quadrupla di quella con cui stan fra loro aderenti le molecole dell'acqua.

250. Gli effetti de' tubi capillari posson ridursi ad un'esperienza semplicissima che presenta il fenomeno libero dalle leggi dell'equilibrio de' fluidi, che più o meno si me-

scolano con l'attrazione ne' casi in cui egli vi ha luogo. Inclinate un tubo capillare, e sulla sua superficie lasciate cadere una goccia di fluido; quindi rizzatelo appena che la goccia strascinata dal suo peso arriva all'orifizio inferiore: vedrete che nell'istante si slancia per questo orifizio nell'interno del tubo. Tale esperienza può servire per la spiegazion di varj fenomeni: un legno immerso nell'acqua per una delle sue estremità se n'imbeve quanto è lungo; il sugo delle radici d'un albero s'eleva fino all'estremità de' suoi rami; dello zucchero tuffato per la sola punta in un fluido, resta in breve umettato fin all'alto; la bambagia attrae dal basso all'alto l'olio d'una lucerna ec.; tali fenomeni ed altri simili si debbono alla capillarità.

251. Prima d'avanzarci esaminiamo alcuni fatti spettanti in parte a tal tema. 1.° Fate galleggiare sulla superficie d'un acqua tranquilla due aghi finissimi: se sono a qualche decimetro di distanza fra loro, restano in riposo e non hanno altro moto che quello che aver possono dall'agitazione dell'aria; ma se son in distanza di qualche millimetro e si abbandonino a se stessi, si veggono andare l'un verso l'altro, e tosto unirsi per un loro capo e quindi successivamente per le lor parti omologhe in modo che non possiam separarli senza vincere una sensibil resistenza. Ha luogo lo stesso effetto con de' corpi leggieri qualunque che possono essere ammollati dal fluido. Molti Fisici riportano questo fenomeno come una prova non equivoca dell'esistenza dell'attrazion chimica, e intanto è facile il dimostrare che i due aghi non esercitano alcun' azione l'uno sull'altro; giacchè se invece di fargli galleggiare sull'acqua, si pongano sopra un piano ben levigato, o, meglio ancora, se si sospendano ai capi di due lunghi sottilissimi fili e si avvicinino lentamente l'uno all'altro, comunque sia piccola la lor distanza rispettiva, vi restano senz'oltre avvicinarsi, mentre che nell'acqua andavan l'un verso l'altro con un moto accelerato.

2.° Ponete sull'acqua due corpi più leggieri di cui un solo possa restare inumidito, per es. due pallottoline di sughero una delle quali sia annerita al fumo d'una lucer-

na, e con una punta avvicinatele fra loro; questa fugge all'approssimarsi della prima nè può mettersi a contatto se non si spingano ambedue in senso contrario, nel che fare si prova una qualche resistenza; abbandonatele, si respingono e si fuggono con un moto sempre meno accelerato. Questo non può attribuirsi ad una ripulsione che le pallottoline abbiano fra loro, perchè se si sospendono ai capi di due fili, si possono avvicinar l'una all'altra fino al contatto senza vedervi alcuna tendenza nè ad avvicinarsi nè ad allontanarsi fra di loro.

3.^o Ponete sopra una superficie di mercurio due pallottole di ferro o due corpi qualunque che non possono esserne umettati, e allontanatele per alcuni millimetri: appena sono abbandonate a se stesse veggonsi precipitarsi l'una verso l'altra e attaccarsi in modo, che se se ne vuol rimuovere una, l'altra la segue malgrado la resistenza del mercurio oppostale.

252. Queste esperienze ci convincono 1.^o che le attrazioni e ripulsioni apparenti, che ne sono l'oggetto, dipendono dalla facoltà che hanno i corpi quì considerati di essere o di non essere ambedue o di esserlo uno e non l'altro, inumiditi dal fluido ambiente; 2.^o che i lor risultati possono ridursi alle tre frequenti leggi le quali per essere state non totalmente bene da Mariotte spiegate sono accompagnate dalla spiegazione datane da Monge (*b'''*).

I.^a Quando due corpi galleggianti sopra un liquido e posti in vicinanza l'uno dell'altro possono ambedue restarne umettati, appariscono attrarsi reciprocamente e vanno l'un verso l'altro.

Si è veduto (§. 245) che se s'immerge in parte un bastone di vetro nell'acqua, il liquido s'eleva lungo le due faccie laterali di esso; che le superficie delle masse d'acqua sollevata son curve e concave verso l'alto; e che l'elevazione dell'acqua di cui si tratta ha per causa un'azione combinata di quella che il vetro esercita sulle molecole d'acqua e dell'altra che le molecole esercitano fra loro. Ora si os-

servi che le masse d'acqua sollevata lungo la lamina tendono a comunicarle del moto in più sensi; inoltre tendono a far immerger di più la lamina, che in realtà affonda di più se non vi è ostacolo. Ma indipendentemente da tale sforzo le due masse d'acqua sollevate ne esercitano ancora due altri in un senso orizzontale; e perchè appunto queste forze son eguali ed opposte la lamina resta verticale. Ciascuna delle due masse d'acqua sollevata la tira dalla sua banda e tende a farla muovere nel senso orizzontale precisamente come farebbero due catene pesanti sospesevi invece delle masse d'acqua sollevata, e ritenute a due punti fissi. Posto ciò se avendo immerso in parte nell'acqua due lamine di vetro con le loro faccie parallele si avvicinino fra loro finchè i capi delle masse d'acqua sollevata si confondano fra loro in una stessa linea retta, è evidente che le due lamine staranno in equilibrio perchè nulla avrà cangiato rapporto a loro. Ma se si continua ad avvicinarle in modo che i volumi delle masse d'acqua sollevate sian forzati a penetrarsi reciprocamente, le due lamine di vetro non resteran verticali, e si piegheranno l'una verso l'altra come se si attrassero reciprocamente: perchè considerando la massa d'acqua sollevata come l'effetto d'una catena sospesa alle due lamine si può supporre che quì le due catene s'insino incrociate, e che la massa delle due parti sopresse si sia distribuita quasi uniformemente per il resto della catena; allora la nuova catena che ne risulta è d'un peso variabile, ma il peso degli elementi del mezzo è aumentato in un rapporto maggior di quello degli elementi più vicini ai pesi di sospensione, e lo sforzo che fa questa catena per avvicinar le due lamine è maggiore di quello che lo sia nel caso in cui le catene non s'incrociano. In quest'ultimo caso vi era equilibrio; dunque nel caso precedente quest'equilibrio dee esser rotto, e le due lamine debbon esser attratte l'una verso l'altra per l'azione dell'acqua che esse sollevano fra mezzo a se stesse. E così quando le due lamine in parte immerse in un liquido capace di bagnarle son separate da un intervallo capillare, si portan l'una verso l'altra non in virtù d'alcuna attrazione immediata perchè se si sopprimesse il liquido resterebbero

alla stessa distanza nè avrebbero tendenza alcuna ad avvicinarsi, ma bensì in virtù dell' azione che esse esercitano sul liquido che le bagna e che fa l' ufficio d' una catena pesante attaccata alle due lamine tanto più tesa quanto più capillare è l' intervallo. Quanto si è detto rapporto alle due lamine piane si può applicare a due corpi galleggianti di qualunque figura separati da un intervallo capillare e capaci d' esser bagnati dal liquido che gli regge: e perciò quando in tali circostanze due corpi s' avvicinano e s' attaccano fra loro ciò non accade in virtù d' un' attrazione immediata che eserciti l' uno sull' altro.

II.^a Quando due corpi galleggianti su un liquido e posti in vicinanza son inetti ad esser bagnati dal fluido ambiente, compariscono attrarsi. Se si fa galleggiare sulla superficie d' un liquido una pallottola A incapace di restarne bagnata, la superficie del liquido si deprime intorno alla pallottola (Fig. 95.) prendendo una curvatura la cui convessità è volta verso l' alto, e la pallottola resta in riposo perchè la depressione di cui si tratta facendosi per tutto alla stessa profondità, è A premuta dal liquido nel modo stesso in ogni senso. La distanza de' vertici B, C della curvatura varia in generale per i differenti liquidi secondo la forza con cui le lor molecole stanno fra loro unite, e per il medesimo liquido secondo le differenti temperature. Se a qualche distanza di A (Fig. 95.) pongasi un'altra pallottola A', tutto sta come nel primo caso; resta essa in riposo, e le parti MB, CB', C'N della superficie del liquido sono in uno stesso piano orizzontale. Se poi A, A' (Fig. 96.) si avvicinino in modo che i vertici C, B' delle curvature della superficie del liquido si confondano, tutto resta ancora nel medesimo stato; il vertice comune C delle due curvature è alla stessa altezza del resto della superficie; i due corpi sono ancora in equilibrio, la lor distanza è allor la più piccola a cui possan restare in riposo, e questa è il limite della capillarità per le circostanze attuali. Ma se si continua (Fig. 97.) ad avvicinare i due corpi, il liquido si deprime fra mezzo a loro due, e il vertice della curvatura non si eleva più alla medesima altezza del resto della superficie. Ciascu-

na dunque delle due pallottole è meno premuta dal liquido ambiente dalla parte dell'altra pallottola che da ogni altra; e questi due corpi cedendo nel senso verso cui la pressione è minore si portan l'un verso l'altro; onde quando due corpi galleggianti non bagnati e posti a una piccola distanza si avvicinano l'uno all'altro, non accade ciò in virtù d' un' attrazione nè d'alcun'altra affezione che lor sia propria, ma il ravvicinamento ha per causa una differenza di pressione affatto straniera ad essi: cosicchè il fenomeno non avrebbe luogo se fossero situati alla stessa distanza fuori del liquido. Lo stesso accade in due corpi sommersi, perchè se i due corpi A, B (Fig. 98.) son immersi in un liquido che non ha la facoltà di bagnarli, e la lor distanza sia capillare, il liquido si separa fra loro, se l'aria può avervi accesso, e i corpi non più provando per parte dell'intervallo che gli separa una pressione così grande come dal lato opposto, son premuti l'un verso l'altro; e se l'aria atmosferica non può entrar fra i due corpi, il liquido non si separa che quando la forza con cui tende a farlo, può vincere il peso dell'atmosfera; ma quand'anche non si separi, la sua tendenza alla separazione dà occasione ad una diminuzione di pressione che nascer fa il medesimo effetto.

III.^a Quando di due corpi galleggianti sulla superficie d' un liquido e posti in vicinanza l'uno dell'altro, l'uno è capace d'esser bagnato, l'altro nò, dal fluido ambiente, essi appariscon respingersi, e in realtà s'allontanano se un qualche ostacolo non si oppone a tale separazione. Se si fanno galleggiare sulla superficie d'un liquido alla distanza d'alcuni decimetri l'una dall'altra due pallottole (Fig. 99.) A, A' di cui A' sia capace d'esser bagnata dal liquido ed A nò, la superficie si deprime intorno al corpo A come si è sopra veduto; ma al contrario si eleva intorno ad A', divien concava verso l'alto, e la distanza B' C delle origini delle curvature opposte varia in generale secondo la natura del liquido e della pallottola, e secondo la temperatura. Se poi s'avvicinano A, A' (Fig. 100.) finchè l'origine della concavità C' e il vertice B della convessità si confondano in B, i due corpi restano in equilibrio perchè tutto è an-

cor nel medesimo stato rapporto a loro; bensì la loro distanza è allor la più piccola a cui possan esser l'una palla coll'altra e restarvi in riposo, ed è il limite della capillarità nelle circostanze attuali. Se si continui (Fig. 101.) ad avvicinare i due corpi, la depression del liquido intorno ad A è minore dalla parte dell'altro corpo a motivo dell'elevazione che A' produce intorno a lui, onde nasce intorno ad A un affossamento di forma non simmetrica. Dunque la pressione che questo corpo prova per parte del liquido è più grande dal lato dell'altro corpo che da ogni altra parte, e per cedere alla pression la più forte è forzato ad allontanarsi dall'altro corpo come se ne fosse respinto; e perciò se due corpi galleggianti di cui l'uno è bagnato dal liquido ambiente su cui nuotano mentre l'altro non lo è, si fuggono reciprocamente, ciò non nasce in virtù d'una ripulsione immediata che esercitan l'uno sull'altro, ma da una ineguaglianza di pressione per parte del liquido ambiente. Quest'ineguaglianza è per verità il risultato d'un'azione esercitata dal corpo bagnato sul liquido, ma è tuttavia estranea all'altro corpo che a tal riguardo è in uno stato meramente passivo; ed è chiaro che non vi sarebbe ripulsione anche apparente, se i due corpi fossero sospesi alla medesima distanza fuori del liquido. Ciò che si è detto de' due corpi suddetti avrebbe luogo egualmente se questi corpi fossero sommersi, perchè la forza con cui il corpo bagnato tende a ritenere l'acqua intorno a lui e ad avvicinarla quando ne è allontanata per la vicinanza dell'altro corpo, dee aver per effetto l'allontanare questi due corpi l'uno dall'altro, se a tal separazione non si oppone ostacolo alcuno.

C A P. III.

Della Cristallizzazione.

253. I minerali si presentano spessissimo sotto la forma di poliedri regolari: l'operazione della natura che produce tali corpi si dice *cristallizzazione*. Per farsene un

idea chiara si osservi che l'acqua seco trae delle sostanze le cui molecole, in principio separate dalla massa, poi s'uniscono benchè debolmente in virtù dell'attrazione a delle molecole del fluido senza avvedercene. A misura che l'acqua svapora, le molecole delle sostanze estranee al fluido s'attraggono reciprocamente per mezzo di forze dipendenti dalla massa, dalla distanza che le separa, e forse dalla loro figura. S'avvicinano, s'uniscono, s'attaccano l'una all'altra, e la loro unione si fa per via del contatto di certe faccie che hanno fra loro più attrazione di alcune altre. E queste molecole riunite formano de' poliedri regolari a traverso de' quali il fluido s'eleva e si frappone fra le loro molecole in modo, che la forza d'aggregazion de' cristalli che si formano è dovuta principalmente alla capillarità, mentre nei solidi che non hanno fluido interposto ella è esclusivamente il risultato dell'attrazione.

254. Ma la formazione de' cristalli per la riunione delle molecole d'un minerale disciolto in un fluido dipende soltanto da certe circostanze cioè spazio, tempo e riposo. Infatti se le molecole son ristrette in uno spazio troppo angusto, il loro moto non essendo libero, non posson prendere la situazione a cui le dispone la forza attrattiva, onde la cristallizzazione succede confusamente e i cristalli si mescolano insieme: quando poi un ostacolo qualunque impedisce il compimento della struttura de' cristalli resta questa imperfetta per mancanza di tempo: finalmente se è agitato il fluido, precipitano al fondo i cristalli appena abbozzati, ivi s'accumulano gli uni con gli altri, e forman de' gruppi che allo spettatore offrono una cristallizzazione imperfetta.

255. Se Romé-de-Lille e Bergman si eran con qualche successo occupati nell'investigar la struttura de' cristalli, Haüy con un talento raro e una fatica ostinata si è aperta una nuova strada che l'ha condotto allo sviluppo perfetto della cristallizzazione. Infatti il primo avendo messo insieme tutti cristalli composti degli stessi principj, fra le lor forme diverse una ne scelse che per la semplicità sembrogli dover esser riguardata come la forma primitiva,

dalla quale supposta troncata in varie maniere dedusse le altre forme con determinare una serie di passaggi fra questa stessa forma e quella de' poliedri che sembravano allontanarsene, ed inoltre all'esatte descrizioni e alle figure delle forme cristalline che diede aggiunse i risultati della misura meccanica de' loro angoli principali, facendo vedere, ciò che è più importante, che essi in mezzo a qualunque varietà eran costanti: quando dietro a' travagli di Romé il celebre Bergman indotto dal caso se non a risolvere il problema a prepararne almeno la soluzione, in vedere che i frantumi di un cristallo di carbonato calcario detto *dente di porco* impensatamente caduto di mano ad un suo scolare avevano tutti una forma romboidale, tosto riguardò le differenti forme relative ad una stessa sostanza come prodotte da una sovrapposizione di piani decrescenti intorno ad una stessa forma primitiva, confermandosi in ciò con far l'applicazione di quest'idea a un piccol numero di forme semplici. Ma Haüy facendo concorrere insieme e l'osservazione ed il calcolo alla determinazione delle leggi a cui è sottoposta la struttura de' cristalli; oltre al darci su tal soggetto una teoria completa ha gettato un gran lume sulla maggior parte delle scienze naturali, mentre conduce il Mineralogista attraverso a un'infinita varietà di forme senza il pericòl di perdersi, si rende caro al Chimico che imita la natura nella formazion de' cristalli e gli fa entrare nel calcolo delle attrazioni chimiche, ed offre al Fisico la spiegazione la più soddisfacente d'un fenomeno finquì riguardato come un capriccio della natura. Ora se cristalli composti chimicamente con i medesimi elementi costantemente prendono una figura differente, i cristalli originarj di differenti sostanze presentansi sotto la medesima forma, i quali così considerati danno luogo in questo trattato alla teoria della cristallizzazione.

256. Non già la forma exterior d'un cristallo può farci giudicar di quella che gli è essenziale, ma per ciò bisogna far una specie d'analisi fisica di esso e riconoscer le figure delle parti che lo compongono. Infatti i cristalli son composti di lamine che fra loro separansi col seguitare via

via con uno strumento opportuno le lor congiunzioni naturali. Queste si conoscono spesso da certe traccie lineari mentre le lamine che ne son separate presentano la natural superficie netta e pulita, e talora da delle scanalature, da delle macchie, o da materie estranee frappostevisi; altrimenti con rompere il cristallo si han de' frammenti che non offrono alcun tratto di regolarità.

257. Pure in un cristallo qualunque bisogna distinguere 1.^o le molecole integranti 2.^o le primitive 3.^o le secondarie.

1.^o Le lamine de' cristalli son composte di molecole integranti di figura regolare, le quali di necessità son similari, sebben non sempre riunite nel modo stesso, giacchè ora uniscono faccia a faccia, e ora per le sole estremità lasciando framezzo de' vuoti. Tuttavia posson ridursi a tre forme cioè il parallelepipedo il più semplice fra i solidi le cui sei faccie sono a due a due parallele, il prisma triangolare il più semplice fra' prismi, e il tetraedro la più semplice fra le piramidi.

2.^o La forma primitiva si ottiene per via di sezioni fatte su tutte le parti simili d'un cristallo, di cui ella è propriamente come il nocciolo: e questa può dividersi in sei specie cioè il parallelepipedo che comprende il cubo, il romboide e tutti i solidi a sei faccie due per due parallele; il tetraedro regolare, l'ottaedro a faccie triangolari, il prisma esagono, il dodecaedro a piani rombi, e il dodecaedro a piani triangolari isosceli. Fra queste forme ve ne sono alcune che trovansi in diversi minerali come facendovi le veci di lor nocciolo o anima e munite dei medesimi angoli, comechè la stessa forma di nocciolo può esser prodotta in una prima specie da certi elementi, e in un'altra da cert' altri, mentre intanto queste forme di nocciolo hanno un carattere di perfezione e di regolarità come appunto nel cubo e nell'ottaedro regolare, per cui sembra potersi dire che la natura giunge agli stessi limiti per vie differenti.

3.^o Le forme secondarie risultano da una sovrapposizione di lamine che asconde la forma primitiva e fa nascer diversi poliedri regolari, i quali tuttavia, benchè formati di lamine similari, differiscon dal nocciolo o dai solidi che nei corpi cristallizzati restano inviluppati.

Tutta questa modificazion di figure è il risultato d'un decremento regolare che si ottiene con sottrarvi o togliervi uno o più ordini di molecole integranti.

258. *Decrementi semplici.* Fra i decrementi successi nelle estremità cioè parallelamente ai canti della figura primitiva, i più semplici son quelli in cui manca alle estremità di ogni lamina di sovrapposizione un ordine di molecole che è di più nella lamina precedente: onde le lamine di sovrapposizione formano una piramide appuntata. Se in ognuna di queste lamine siano due o tre ordini di molecole di meno che nella lamina precedente, le piramidi è meno elevata per esser più rapido il decremento, e le piramidi che ne risultano hanno tuttavia un carattere di irregolarità.

259. *Decrementi diseguali.* I decrementi son diseguali quando le lamine di sovrapposizione decrescon da un lato con un maggior numero di ordini di molecole integranti che dal lato opposto; e allora le piramidi che ne risultano sono manifestamente irregolari.

260. *Decrementi ai lati.* Supposto che le molecole integranti de' cristalli abbiano una figura prossima al cubo o al parallelogrammo e sian situate per filo toccandosi per i lati l'une coll'altre, quando i decrementi succedono ai loro lati, le estremità delle lamine son sempre terminate dai lati delle molecole integranti, e queste si toccano fra loro con non lasciar fra loro alcun voto (c''').

261. *Decrementi agli angoli.* Se i decrementi delle lamine di sovrapposizione succedono agli angoli, le molecole integranti presentano i loro angoli sulle estremità decrescenti delle lamine, perchè in questa direzione le molecole integranti si toccano per via degli angoli e non de' lati. E così non possono esser unite le superficie a cui vanno a terminare gli angoli salienti per esservi fra loro necessariamente delle

(c''') Se ne han degli esempj nel borato-magnesio-calcario detto anche quarzo cubico di Lunenburg, nello spato calcario lenticolare, nel rubino, topazio ec.

cavità: bensì essendo piccolissime le molecole organiche, ha sì poca estensione queste cavità che sono insensibili all'occhio. Nei decrementi sugli angoli d' un nocciolo cubico, la 1.^a lamina di sovrapposizione ha ad ogni suo angolo una molecola integrante di meno dell' ultima lamina del cubo: la 2.^a ha tre molecole integranti di meno della precedente, le quali avrebber formata una fila di quattro che agli angoli si sarebbero toccate: anche alla 3.^a manca una fila che sarebbe stata composta di nove molecole integranti. Quindi questi decrementi diminuiscon sempre più il numero delle molecole delle lamine di sovrapposizione finchè se n'abbia una sola che formi la punta d'una piramide a quattro faccie. Ma ogni faccia ha una figura quadrilatera compresavi la molecola degli angoli solidi del cubo che forma il nocciolo del cristallo; e di più intorno ad ognuno degli otto angoli solidi del nocciolo vi son tre quadrilateri i quali son sul medesimo piano e formano una figura triangolare: dunque ne risulta un ottaedro a due piramidi a quattro faccie (*d'''*). Se non si riguardassero che le molecole integranti che terminano le lamine di sovrapposizione, dopo il loro decrescimento resterebbe un voto framezzo a ogni canto dell'ottaedro: ma questi voti vengon riempiti da delle molecole che debbon aver di soprappiù le prime lamine di sovrapposizione rispetto all'ultima lamina del nocciolo per coprirlo nei posti de' suoi quattro lati.

262. *Decrementi intermedj.* Questi decrementi non son paralleli nè alle diagonali nè ai lati di un nocciolo composto di cubi. Ciò nasce dal non esser quadrate le parti integranti che mancano nelle lamine di sovrapposizione, ma sibbene oblongate perchè comprendono 2, 3, 4 et. molecole cubiche

(*d''*) Secondo questa legge appunto passa alla figura d' ottaedro il *muriato di soda*, e formano un romboide ottusissimo spesso modificato da delle faccette parallele alle faccie del nocciolo i *cristalli di ferro dell' Isola dell' Elba*, e forma un romboide acuto le cui faccie corrispondono agli angoli solidi del romboide primitivo lo *spato siliceo di Fontainebleau*, e diventano poliedri a 24 faccette gli *zeoliti di Galtown-hill* vicino a Edimburgo.

poste l'una accanto all'altra nella direzione di un canto del cubo; nè alcuna delle diagonali di queste figure oblungate può esser parallela alle diagonali del decremento agli angoli di un cubo diviso in quadrati: e perciò Haüy riguarda la direzione di un tal decremento come intermedia fra la diagonale ed i canti (e''').

263. *Decrementi misti*. Talvolta accade che vi è più d'un ordine di molecole integranti, o di più o di meno, o in altezza o in larghezza, per es. 2 ordini per un verso e 3 per un altro, o 3 per un verso e 4 per un altro ec.; ecco ciò che dicesi *decremento misto*. Benchè tali decrementi sian rari e si sian finora riconosciuti soltanto in alcuni cristalli metallici, pure è facile il comprendere che essi debbon cangiare il valore degli angoli.

264. Queste leggi di decrementi spiegano la struttura di tutte le modificazioni sotto cui ci si presentano i cristalli. Poichè ora i decrementi succedono in una volta a tutti i lati o a tutti gli angoli, come nei dodecaedri a piani rombi e negli ottaedri prodotti dal cubo; ora a certi lati o a cert'angoli: ora sono uniformi per 1, 2, 3, ec. ordini; ora la legge varia da un lato all'altro, da un angolo all'altro, ora i decrementi ai lati concorrono coi decrementi agli angoli; ora un medesimo lato, un medesimo angolo subisce successivamente più leggi di decremento; or finalmente il cristallo secondario ha delle faccie parallele a quelle della forma primitiva e che producono delle nuove modificazioni combinandosi colle faccie risultate dai decrementi. Dal che deriva la distinzione di *forme secondarie semplici* quelle cioè che son dovute ad una legge unica il cui effetto è di completamente nascondere il nocciolo, e di *forme secondarie composte* quelle cioè che risultano da più leggi simultanee o da una sola legge non pienamente

(e''') Il ferro di Framont (ferro sintattico di Haüy) la cui molecula integrante è un cubo che per lo più si presenta sotto la forma di due piramidi nascenti attaccate base a base, ci somministra un esempio di decremento intermedio formando un solido a 14 faccie risultante da due piramidi rette esadre unite base a base e restate incomplete o terminato da due esagoni.

giunta al suo fine di modo che restan delle faccie parallele a quelle del nocciolo.

265. Da quanto si è detto ne segue che 1.^o molecole di differenti figure posson disporsi in modo da formar de' poliedri simili in differenti specie di minerali; così il dodecaedro del fluato calcario o spato fluore è una riunione di piccoli tetraedri regolari o a faccie equilatera; e le molecole del granato formano un dodecaedro a piani rombi con de' piccoli tetraedri a faccie triangolari isosceli: 2.^o molecole similari posson produrre una medesima forma cristallina con differenti leggi di decremento: 3.^o può esistere un cristallo perfettamente simile al nocciolo, benchè formato in virtù d'una semplice legge di decremento; il calcolo ha condotto Haüy a questo risultato: 4.^o il cubo fa talor la funzione di romboide come nel ferro di Framont (f''), e quando così è cominciato continua in tutte le cristallizzazioni della stessa sostanza; e succede l'istesso quando fa la funzione di parallelepipedo: 5.^o il nocciolo non è a rigore quel solido interno a cui si arriva con la dissezion d'un cristallo; per es. il cubo che si scopre nel dodecaedro ha egli stesso per nocciolo una molecula cubica più centrale, intorno a cui probabilmente si è formato sul principio un piccolissimo dodecaedro che ha ricevuto sopra di se nuovi strati senza cangiar di figura: ma intanto nulla impedisce che s'ingrossi la forma primitiva e che in seguito prenda una forma secondaria (g''').

(f'') Framont nel Principato di Salm in Lorena presenta una ricca miniera di ferro *specolare* in lamine splendenti al par dell'acciaio talora esagone, non mai però paragonabile colla celebre miniera dell'Isola di Stromboli trovata dal dottissimo Naturalista Sig. Abate Lazzaro Spallanzani e da lui descritta ne' suoi viaggi alle due Sicilie, nè con quella dell'Isola dell'Elba ove il ferro *specolare* è a cristalli lenticolari a faccette in tanti dodecaedri con esservi frammischiato dell'argilla bianca e de' cristalli di roccia ec.

(g''') Chi vuol vedere una tavola sinoptica dei cristalli, delle lor molecole integranti, forma primitiva ec. ricorra al T. III. della Scuola Politecnica, qualora manchi dell'Opera celebre di Haüy sulla cristallizzazione.

LIBRO V.

Del Calorico.

CAP. I.

Delle proprietà e leggi del calorico.

266. **S**E si riscalda un corpo qualunque, aumenta le sue dimensioni per tutti i versi. Una verga metallica assoggettata all'azion del calore diventa più lunga, più larga e più alta: l'alcool presepato in una boccia alla fiamma d'una candela quasi subito riceve un aumento considerabile nel suo volume. Tali esperienze ripetute sopra un gran numero di corpi e solidi e fluidi hanno fissato su questo il sentimento de' Fisici, benchè taluni vi faccian delle eccezioni dicendo che se ad una tal legge son sottomesse tutte le sostanze minerali (*h'''*), vi son però delle sostanze vegetabili ed animali che par che neghino di sottomettervisi, poichè egli è vero che un calor dolce dilata le loro fibre, le discosta, e scema la densità della lor tessitura; ma a un calor forte la cartapecora, le membrane, i tendini si ritirano e si restringono in se medesimi. Or questi fatti coi quali si vuol toglier la generalità del principio fissato offrono de' risultati in cui riunisconsi delle circostanze che impongono ad un tratto; ma per poco che vi si rifletta e si cerchi di isolarne gli effetti e ricondur ciascuno di essi alla causa che gli ha prodotti, ognun si avvede facilmente

(*h'''*) Se in seguito vedremo (L. XI. c. 1.) che l'allumine esposto all'azion del calore scema di volume, ciò dipende dal ridurre l'azion del calore in vapori e scacciar dalla combinazione l'acqua che in se contiene l'allumine. A.

che questa proprietà di alcune sostanze animali e vegetabili di ritirarsi ad un forte calore, nasce da una causa estranea vale a dire dall'irritabilità e contrattibilità delle fibre, le quali al calore aumentano finchè non ne resta distrutta la loro organizzazione: quindi è che la dilatazione de' corpi per via del calore è una legge costante e generale.

267. Il raffreddamento distrugge l'effetto nato dal calore. Per convincersene un corpo le cui molecole sono state scostate dal calore riconducetelo a grado a grado alla stessa temperatura che aveva prima d'esser riscaldato; e vedrete che insensibilmente le molecole si ravvicineranno l'une alle altre, il corpo così passerà per i gradi stessi d'estensione che aveva percorsi, e finirà col riprender lo stesso volume che avea prima d'esser riscaldato. Questo principio fondato sopra fatti non ismentiti giammai dall'esperienza ci fa vedere che le molecole de' corpi si ravvicinano a proporzion del raffreddamento che si fa loro provare: dal che segue, che se si potesse produrre il freddo assoluto le molecole de' corpi sarebbero in un contatto immediato, e reciprocamente che le loro molecole non potrebbero toccarsi se non che col far loro provare il raffreddamento il più grande possibile. Ora la produzion del freddo assoluto sarebbe un'intrapresa ridicola, giacchè ad un tal grado di freddo si annienterebbe la nostra esistenza: dunque noi non possiamo ravvicinar per quanto è possibile le molecole de' corpi; e però le molecole d'ogni corpo in natura non si toccano.

268. I fenomeni descritti ci fanno strada a spiegar con chiarezza ciò che noi intendiamo per *calorico*. Noi non sapremmo concepirgli senza ammetter l'esistenza d'un fluido infinitamente sottile che ora s'insinui ne' pori de' corpi e che ora gli abbandoni per produrre secondo le circostanze lo slontanamento o il ravvicinamento delle molecole. Se l'esistenza di questo fluido non è completamente provata, quando non fosse che un'ipotesi, vedremo che non è meno propria a spiegare i fenomeni della natura. Noi intanto diamo il nome di *calorico* a questo fluido o reale, o, se si vuol così, ipotetico, per distinguerlo dal *fuoco* che preso nel senso ordinario in se comprende calorico e luce.

269. Quando il calorico s'introduce in un corpo, si divide per così dire in due porzioni distinte, una delle quali serve a vincer la coesione delle molecole del corpo e a soddisfar la sua tendenza per questo fluido, mentre l'altra fa equilibrio alla temperatura esterna; chiamiamo il primo *calorico combinato* e il secondo *calorico interposto*. Dunque il calorico combinato è quello che è rinserrato ne' corpi per la forza d'attrazione e che costituisce una parte di lor sostanza e anche della lor solidità. Dunque il calorico interposto è quello che senza esser impegnato in alcuna combinazione si trova fra mezzo alle molecole de' corpi. Coi per dare un esempio familiare onde render sensibile la differenza che passa fra queste due porzioni di calorico, un pezzo di pane tuffato nell'acqua contiene due porzioni d'acqua fra loro distintissime, l'una che è in uno stato di combinazione e forma una parte costitutiva del pane, l'altra che è solamente frapposta fra le sue molecole e in realtà si vede sotto forma d'acqua quando esce fuori al premer del pane.

270. Noi pur distinguiamo il *calorico* dal *calore*, giacchè un Fisico non dee mai confondere sotto il medesimo nome un effetto e la causa che lo produce. Infatti il calore non è che l'effetto prodotto sui nostri organi dal passaggio del calorico che si sviluppa da' corpi circonvicini: così quando tocco un corpo freddo, il calorico che al pari di tutti i fluidi tende sempre a porsi in equilibrio, passa dalla mia mano al corpo che tocco e provo la sensazione del freddo; quando tocco un corpo caldo, il calorico passa dal detto corpo alla mia mano e la sua presenza mi cagiona la sensazione del calore.

Ma il calorico come si mett'egli in equilibrio con se stesso? Per la spiegazion di questo fenomeno osserveremo per ora, e fra poco lo proveremo (§. 277.), che corpi eterogenei eguali o in massa o in volume e ridotti alla stessa temperatura non sempre assorbiscon la stessa quantità di calorico nel loro passaggio ad una stessa sebben più alta temperatura. Posto ciò ecco come si può concepire lo stabilimento dell'equilibrio per mezzo della repartizion che succede fra i differenti corpi, del calorico ceduto dagli uni e assorbito dagli altri. Secondo che s'accumula il calorico in questi, scema la loro at-

trazione per questo fluido, poichè è legge già nota dell'attrazione che s'indebolisce la sua azione a tenore che il corpo che l'esercita avanza verso il suo termine di saturazione; i corpi poi che cedono del loro calorico provano un effetto contrario, giacchè la loro attrazione per il calorico cresce in ragione della perdita che fanno di questo fluido; ora al termine in cui è equilibrio fra le attrazioni de' differenti corpi per il calorico, anche l'intero sistema giunge del pari allo stato d'equilibrio.

271. Tutti i corpi non offrono al calorico un passaggio egualmente libero e facile. I.^o Prendete un fil di ferro, e presentate una delle sue estremità alla fiamma d'una lucerna, e poi toccate il filo ad un punto sensibilmente distante da questa estremità: non tarderete molto a provar la sensazione del calore. II.^o Prendete un carbone acceso ad una sua estremità, e ponete la vostra mano ad una piccola distanza da essa: non proverete punto la sensazione del calore. Queste due esperienze provano che il calorico si propaga facilmente attraverso le molecole del ferro, mentre quelle del carbone si oppongono al suo passaggio. Noi chiamiamo *facoltà conduttrice del calorico* questa proprietà che han certi corpi di dargli un facil passaggio, e così diciamo essere il ferro un *buon conduttore del calorico* e il carbone un *cattivo conduttore*. Fra' corpi conosciuti i metalli e la maggior parte de' fluidi son ottimi conduttori del calorico ma non nel grado medesimo. Se Ingenhouz e molti altri Fisici han cercato di determinare in qual rapporto diversi metalli godono della facoltà conduttrice del calorico, i risultati delle loro esperienze non son perfettamente soddisfacenti, e però è da bramarsi che su ciò si faccian de' nuovi tentativi con maggiore esattezza. Del resto il vetro, le resine, il carbone, la seta, la lana, la paglia ec. resistono più o meno al passaggio del calorico.

272. Intanto la proprietà di certi corpi di cedere o di resistere al passaggio del calorico ha fatto nascere un gran numero d'applicazioni utili alle arti e anche agli usi i più ordinarij della società. Poichè 1.^o si può fare un uso vantaggiosissimo del calorico rinchiudendo i corpi accesi in vasi che sian cattivi conduttori di questo fluido; così si costruiscono de'

fornelli economici con una mistura di argilla e di carbone osservando che la prima superficie interna sia interamente argillosa per difenderla dall'attacco del calorico; si concentra il calorico in vasi di vetro immersi in un bagno di polvere di carbone; e i carboni accesi conservan per più tempo la loro attività in un bacino d'argilla che in uno di metallo: 2.^o per conservare il ghiaccio in luoghi sotterranei si fa riposare sopra uno strato di paglia, la quale lo ripara dagli attacchi del calor centrale, che essendo costantemente di $11^{\circ}\frac{1}{2}$ a una scala di 100° sarebbe più che sufficiente per fonderlo: 3.^o i giardinieri hanno la diligenza di coprir con della paglia i fiori ed i frutti che voglion preservare dall'influenza di un freddo troppo rigido, e mancherebbero al loro intento se a tal fine impiegassero un involuppo metallico: 4.^o nei rigori dell'inverno la lana e specialmente la seta conservano al nostro corpo il calorico che l'aria ambiente è avida di togliergli: 5.^o si può economizzare il combustibile in un gabinetto dove si voglia una dolce e costante temperatura, impiegando nella costruzione del tubo adattato alla stufa dove è il combustibile, delle sostanze che difficilmente propaghino il calorico; che se si volesse godere d'un calor pronto e breve bisognerebbe far uso dei migliori conduttori del calorico per la costruzione del tubo.

273. Al passaggio pur del calorico da un corpo in un altro è dovuta secondo le circostanze una dilatazione o una condensazione nei liquidi impiegati nella costruzione del *termometro* cioè d'uno strumento che serve a misurare i gradi del calore, inventato da Drebbel Olandese, il quale formollo d'un tubo di vetro terminato da una palla e aperto nella sua parte inferiore. Dalla parte di quest'apertura s'immerge in un liquido colorato, applicando intanto la mano sulla palla; così se ne riscalda l'interno, il quale si dilata ed obbliga una parte di quell'aria a fuggire attraverso del liquido; allora si ritira la mano, l'aria che resta si condensa per il raffreddamento e la pression dell'aria esterna fa elevare il liquido nel tubo fino ad una certa altezza. Se allora avviene un aumento di calore, l'aria interna si dilata e fa discendere il liquido; e una diminuzion di calore pro-

duce un effetto contrario: di modo che le variazioni nell'altezza della colonna sospesa nel tubo, indicherebbero le variazioni del calore dell'aria ambiente se la pressione dell'atmosfera fosse costante; ma siccome questa pressione prova delle alterazioni che secondo le circostanze influiscono sull'ascensione o sull'abbassamento del liquido, così ne segue che un termometro costruito su questi principj non può dare che degli indizj molto equivoci sul calore dell'atmosfera. Quindi è che gli Accademici di Firenze per correggere simil difetto immaginaron di chiudere ermeticamente all'alto un tubo di vetro terminato egualmente con una palla, dopo averlo ripieno di un liquido colorito fin verso la metà di sua altezza, applicando poi il tubo sopra una lastra graduata, giacchè dal numero de' gradi percorsi dal liquido si giudicava della sua contrazione o dilatazione. Ma quel essendo tutto arbitrario sì nella costruzione dell'istrumento che nella division della scala, due termometri costruiti in tal modo parlavano ognuno un linguaggio differente che non gli rendeva paragonabili. Perchè i termometri potessero paragonarsi fra loro bisognava che i limiti della scala fossero invariabili e che però si prendessero dalla natura. Fu ciò eseguito da Reaumur nel costruire il suo termometro accolto con trasporto da' Fisici suoi coetanei. Quel il termine di division della scala è fissato dal punto in cui si ferma il liquido nel tubo immerso che è nel ghiaccio, ed il limite opposto è riportato al calor dell'acqua bollente; per il che i due limiti hanno i caratteri di una vera unità che perciò deve esser soggetta alla division decimale: quindi la distanza compresa fra' due limiti è divisa in 100 parti eguali, e la divisione continua poi al di sotto di 0°. Per lungo tempo si è impiegato l'alcool ne' termometri, sebbene differisca egli da se stesso secondo la differenza delle sostanze da cui si estrae, e inoltre invecchiando perda una parte delle sue proprietà, e le dilatazioni che prova non sian proporzionali alla quantità di calorico che le producono. Il mercurio non presenta simili inconvenienti, perchè ben purificato che sia è costantemente omogeneo, e fra poco vedremo (§. 231.) che le dilatazioni che prova, almeno dallo 0° fino al grado dell'.

acqua bollente, sono sensibilmente proporzionali alle quantità di calorico che le producono. Dunque i termometri a mercurio meritano la preferenza sui termometri a alcool, i quali non posson servire utilmente che nel caso di far delle osservazioni per un freddo artificiale maggior di quello di 32° che determina la congelazion del mercurio.

274. Quando s'immerge ad un tratto un termometro in un fluido più caldo, il calorico si slancia dal fluido verso il tubo che egli dilata prima di penetrare il mercurio sospeso nel tubo: dunque il volume del tubo aumenta prima che si produca la minima dilatazion nel mercurio, che in conseguenza dee discendere; ma subito dopo il calorico si comunica al mercurio, che essendo più dilatabile del vetro dee sensibilmente elevarsi. Succede il contrario quando s'immerge un termometro in un liquido più freddo, poichè quantunque il vetro si condensi il primo e il mercurio provi un ascension momentanea, tuttavia subito dopo il mercurio si condensa molto più del vetro, onde da tal differenza dee risultare una depressione sensibile nel mercurio.

Da ciò si comprende il perchè un vaso di vetro grosso e vuoto presentato all'azion di un vivo calore subito si rompa. Sul principio il calorico penetra la superficie esteriore del vetro e la dilata, mentre intanto la superficie interna conserva ancora lo stesso volume; onde le parti del vetro provano una dilatazion diseguale che dee perciò cagionar la rottura. Che se il vetro è sottile, il calorico quasi nel tempo stesso penetra le due superficie esterna ed interna, e produce una dilatazione che è eguale in tutte le parti e che però toglie il pericolo della rottura.

275. Si è detto che si divideva la scala del termometro in parti eguali dette gradi. Questi appunto isolati o riuniti costituiscono la *temperatura*. Dunque la temperatura di un corpo non è che la misura delle dilatazioni provate dai fluidi de' termometri, quando dopo aver obbedito alle attrazioni più o meno forti che lo dominano, il calorico si è finalmente posto in equilibrio. Finora i Fisici avevano alla parola *temperatura* associato dell'idee false o oscure che hanno fatto spandere e accreditar degli errori.

276. Infatti alcuni han creduto di poter fissare con sicurezza la temperatura reale de' corpi. Ma una delle condizioni essenziali per adempir quest'oggetto importante sarebbe l'aver un termometro le cui divisioni corrispondessero esattamente alle quantità eguali di calorico che se gli comunicerebbe, ossia le cui divisioni fossero fissate dalle sue dilatazioni prodotte in virtù d'una comunicazione successiva di quantità eguali di calorico; poichè allora si segnerebbe sul termometro lo *zero reale* cioè l'istante in cui le molecole solide affatto prive di calorico interposto si toccherebbero per tanti punti per quanti potrebbero toccarsi; e così continuando la divisione si avrebbe la vera temperatura de' corpi: ma il punto da cui si parte per dividere i termometri non è quello in cui le molecole de' corpi usati per costruirgli si toccano per tanti punti per quanti posson toccarsi, e però non esprime lo *zero reale* e solo esprime lo *zero termometrico* cioè il grado di dilatazione a cui si ferma il mercurio quando s'immerge il termometro nel ghiaccio fusibile; dunque i gradi de' nostri termometri non son che frazioni incognite della temperatura reale, e perciò nello stato attuale delle nostre cognizioni si presenta un'idea falsa dicendo che la temperatura d'un corpo è doppia o tripla di quella d'un altro. E intanto si è riguardato per lungo tempo e forse ancor si riguarda il termometro come una misura esatta del calore, proprietà che non gli conviene o si consideri la parola *calore* come sinonima della parola *calorico*, o se gli faccia esprimere la sensazione che fa nascere la presenza del calorico. Nel primo caso potrebbe mai il termometro essere una misura esatta del calore? Non può indicare il calorico combinato, perchè supposte anche le circostanze le più favorevoli è assolutamente impossibile determinar la quantità di calorico che è combinata con le molecole de' corpi solidi. Non può similmente misurare il calorico interposto, perchè quando il mercurio si eleva nel tubo si ha senza dubbio una prova che vi è del calorico interposto che si spande ne' corpi circonvicini, e il termometro che è uno appunto di questi corpi ne riceve la sua porzione in ragion della sua massa e della capacità che egli

ha per ammettere il calorico; onde l'ascension del mercurio nel tubo non indica che la porzion di calorico che egli ha ricevuro, e non misura già la quantità totale che si è sviluppata: dunque il termometro non può misurare nè il calorico combinato nè il calorico interposto, e perciò non può essere una misura esatta del calore, supposta anche questa parola sinonima della parola *calorico*. Che se la parola *calore* ne esprime la sensazione, si può mai dire che il termometro la misuri esattamente? Se fosse così, due corpi qualunque ridotti alla stessa temperatura farebber nascere delle sensazioni di calore che avrebber l'istesso grado d'attività; il che è contro l'esperienza, perchè per es. un pezzo di marmo ci comparisce più freddo d'un pezzo di legno anche quando questi due corpi sono alla stessa temperatura.

272. Per elevare a un medesimo numero di gradi la temperatura di due corpi eterogenei eguali o in massa o in volume bisogna quasi sempre comunicar loro quantità diseguali di calorico; se per es. si dee comunicare a ∞ 1 d'acqua ($\frac{1}{2}$ kilogr.) una quantità di calorico rappresentata dal n.º 8 per elevar la sua temperatura da 2° del termometro a mercurio a 60° , per elevare egualmente da 2° a 60° la temperatura di ∞ 1 ($\frac{1}{2}$ kilogr.) di limatura di ferro non vi bisognerà che una quantità di calorico rappresentata dal n.º 1. Così parla l'esperienza da cui risulta che per produr lo stesso cambiamento di temperatura in pesi eguali d'acqua e di ferro bisogna comunicare all'acqua 8 volte più di calorico che al ferro. Una simile indicazione delle quantità di calorico che bisogna comunicare a pesi eguali di sostanze eterogenee per cagionar lo stesso cambiamento nella loro temperatura è rappresentata col nome di *capacità de' corpi per ammettere il calorico fra le loro molecole* o più semplicemente colla parola *capacità*. E perciò la *capacità* de' corpi è una misura che ci mostra la quantità di calorico che bisogna lor comunicare per elevar la loro temperatura ad un certo numero di gradi, purchè però essi non cangin di stato nell'atto di quest'aumento di temperatura: così nell'es. di quì sopra diciamo che la capacità dell'acqua sta a quella del ferro da 2° a 60° del termometro a mercurio::8:1.

278. Pesi poi eguali di corpi eterogenei che ricevano quantità eguali di calorico provano un cangiamento di temperatura che è in ragion inversa della lor capacità. Per fondare una tal verità supponghiamo due corpi eterogenei ma di egual peso A, B le cui capacità sian fra loro $1:4:1$, e lor comunichiamo quantità eguali di calorico. Se questa quantità di calorico aumenta la temperatura di A d' 1° , la temperatura di B sarà aumentata di 4° per quest'aggiunta di calorico, onde l'aumento di temperatura in A sarà all'aumento di temperatura in B $1:4$: ma la capacità di A sta alla capacità di B $4:1$; dunque *il lor cangiamento di temperatura è in ragion inversa della lor capacità.*

279. Quindi per determinar la capacità di differenti corpi bisogna considerarli nel caso di aver pesi eguali e temperature simili, o nel caso di aver eguali i volumi e la stessa temperatura; e allora la differenza fra i risultati di queste comparazioni sarà come la differenza che si trova fra le gravità specifiche delle sostanze che si son fra lor comparate. I Fisici addetti a determinar la capacità de' corpi finquì si son serviti, nel fissarne il loro rapporto, dell'eguaglianza de' pesi. Che se si volesse stabilire sull'eguaglianza de' volumi, bisognerebbe assolutamente avvertirlo, cosa inutile se la determinazione delle capacità è fondata sull'eguaglianza de' pesi.

280. Inoltre due corpi eguali o in massa o in volume contengono quasi sempre quantità diseguali di calorico: si esprime ognuna di queste quantità col nome di *calorico specifico*, che in conseguenza comprende il calorico interposto e il calorico combinato, ed indica la quantità totale di calorico contenuta in un corpo di data temperatura relativamente a quella contenuta in un altro corpo eguale di massa e dell'istessa data temperatura. Quando dunque due corpi eterogenei eguali in massa e dell'istessa temperatura contengono quantità diseguali di calorico, diciamo che il calorico specifico dell'uno è a quello dell'altro come il tal numero è al tal altro.

Dunque si conclude che l'espressioni *temperatura*, *capacità* e *calorico specifico* son denominazioni addette a numeri

astratti che posson servire a stabilir de' rapporti e però a fissar delle misure, e che le espressioni *calorico combinato* e *calorico interposto* indican solo delle maniere di essere del calorico.

281. Ora il mercurio prova nel termometro delle dilatazioni e delle condensazioni che da 0° a 100° (scala centigrada) son quasi proporzionali alle porzioni di calorico comunicato, vale a dire se per dilatare il mercurio da 2° a 3° del termometro bisogna comunicargli una quantità di calorico espressa dal n.° 3, bisognerà comunicargli la stessa quantità di calorico per dilatarlo da 30° a 31° . Quantunque nessuna esperienza decisiva giustifichi pienamente quest'asserzione, tuttavia è verisimile che non sia sensibilmente lontana dalla verità.

282. Si chiama poi *permanente* la capacità d'un corpo quando la stessa quantità di calorico che eleva la sua temperatura ad un certo numero di gradi (misurati sopra un termometro le cui dilatazioni son proporzionali agli aumenti di calorico) l'eleva al medesimo numero di gradi ad ogni altra temperatura, mentre al contrario è aumentata o diminuita la capacità quando dopo questo cangiamento bisogna comunicargli più o men di calorico perchè faccia provare la stessa dilatazione al mercurio del termometro: per es., a illustrazion di questa definizione, supposto che ad un peso dato d'acqua bisogni comunicare una quantità di calorico espresso dal n.° 8 per elevar la sua temperatura da 1° del termometro a mercurio fino a 9° , se dipoi per elevar la temperatura di questa stessa quantità d'acqua da 31° a 39° bisogni comunicarle un quantità di calorico egualmente espresso dal n.° 8, si dirà che la capacità dell'acqua è permanente dal termine della sua congelazione fino a quello della sua ebullizione; ma se la quantità di calorico necessaria per elevar la temperatura dell'acqua da 31° a 39° fosse maggior di quella che era necessaria per elevarla da 1° a 9° , si direbbe che la capacità dell'acqua va continuamente crescendo dal termine della sua congelazione fino a quello della sua evaporazione; e nel caso contrario si direbbe che, alla medesima scala, la capacità dell'acqua è decresciente.

Ancora però non vi è esperienza alcuna che indichi con esattezza l'andamento delle capacità. Sono o non sono eleno permanenti fintanto che i corpi non cangian di stato? Ecco un problema che è finora impossibile a risolversi in un modo soddisfacente, e sul quale nello stato attuale delle nostre cognizioni non posson formarsi che delle congetture, benchè non pertanto sembri la negativa esser fondata sopra un maggior numero di probabilità.

283. Intanto si hanno due metodi per determinar le capacità. Il primo del Dr. Crawford consiste nel mischiare insieme pesi o volumi eguali di sostanze eterogenee che abbiano differenti temperature, e nell'osservare la temperatura della mescolanza: allora *le capacità sono in ragion inversa de' cangiamenti di temperatura*. Mischiando insieme $\mathfrak{L}$ 1 d'acqua a 1° e $\mathfrak{L}$ 1 di limatura di ferro a 10° , la temperatura della mescolanza è di 2° . Il che prova che la stessa quantità di calorico che eleva la temperatura del ferro di 8° non può elevar quella dell'acqua che di 1° ; onde, come già si è veduto (§. 278.), la capacità dell'acqua sta a quella del ferro :: 1 : 8. Dunque si può concludere che servendoci di questo metodo, cioè mischiando pesi eguali di sostanze eterogenee a differenti temperature ed osservando la temperatura della mescolanza, le capacità di queste sostanze sono in ragion inversa del lor cangiamento di temperatura.

Il secondo metodo di Lavoisier e Laplace consiste nel riscaldare i corpi e porgli in seguito in mezzo ad una sfera scavata di ghiaccio e raccogliere la quantità d'acqua che se ne forma: allora *le capacità sono in ragion diretta delle quantità di ghiaccio discioltosi*. Mettendo $\mathfrak{L}$ 1 d'acqua a 60° in una sfera scavata di ghiaccio o in un apparecchio che la raffiguri, essa fonde $\mathfrak{L}$ 1 ($\frac{1}{2}$ kilogr.) di ghiaccio; e mettendovi $\mathfrak{L}$ 1 di limatura di ferro a 60° , fonde 2 once (60 grammi) di ghiaccio. Le quali due esperienze combinate dimostrano che le quantità di ghiaccio fuso da pesi eguali d'acqua e di ferro alla medesima temperatura son fra loro :: $\mathfrak{L}$ 1 ($\frac{1}{2}$ kilogr.) : 2 once (60 grammi) cioè :: 16 : 2 ovvero :: 8 : 1; ma anche sopra (§. 277) abbiamo veduto che la ca-

pacità dell'acqua stava a quella del ferro::8:1; dunque si può concludere che servendosi dell'apparecchio a ghiaccio le capacità de' corpi su cui si opera alla stessa temperatura e di peso eguale, sono in ragion diretta delle quantità di ghiaccio fuso.

Sarebbe certamente difficile il procurarsi delle sfere scavate di ghiaccio, e quand'anche si potesse averle facilmente, nella pratica avrebbero molti inconvenienti; due motivi che hanno impegnato Lavoisier e Laplace a supplirvi con un superbo apparecchio da lor chiamato *calorimetro*, il quale consiste in tre corpi circolari quasi iscritti l'uno nell'altro, di modo che ne risultano tre capacità: la capacità interna, la cui parte superiore si chiude con un coperchio, è formata d'una grata di fil di ferro sostenuta da alcuni pezzi dello stesso metallo, dove si pongono i corpi sottoposti all'esperienza: la capacità media serve a contenere il ghiaccio che circonda la capacità interna, e che è sostenuto e fermato da una graticola sotto a cui è messo uno staccio; a misura che struggesi il ghiaccio, l'acqua cola per la graticola e per lo staccio e va a riunirsi in un vaso che vi resta sotto: la capacità esterna riceve il ghiaccio che deve impedire la penetrazione del calore esterno. Per metter in uso questa macchina si empion di ghiaccio pesto la capacità media e il coperchio della sfera interna, come pure la capacità esterna e il coperchio generale di tutta la macchina; si lascia poi sgocciolare il ghiaccio interno; e quando non dà più acqua, si apre il coperchio della capacità interna per porvi il corpo che si vuole sperimentare e subito si chiude. Si aspetta che il corpo sia andato a 0° di calore, temperatura ordinaria della capacità interna, e si pesa la quantità d'acqua sgocciolata: il di lei peso misura esattamente il calore sprigionatosi dal corpo, perchè la fusione del ghiaccio non è che l'effetto di questo calore. Queste sorti d'esperienze durano per 15 in 20 ore. Importa bensì per servirsi utilmente di questa macchina 1.^o che il calor dell'aria non sia al disotto di 0° , perchè allora il ghiaccio interno riceverebbe un freddo sotto 0° ; 2.^o che non vi

sia comunicazione alcuna fra la capacità esterna e la media (*i'''*).

284. Or tutti i corpi esposti all'azione del calorico assorbono nel fondersi e nello svaporare una quantità di calorico che si combina con le loro molecole senza aumentar la loro temperatura; ma quando ritornano al loro stato primiero, perdono una quantità di calorico assolutamente eguale a quella che precedentemente aveano assorbita. E' questo il principio scoperto dal celebre Black e generalmente riconosciuto, su cui posa la teoria del calorico, e che fra poco avremo occasione di sviluppare.

285. Ma il calorico è egli una modificazione della luce, oppure è ella la luce una modificazion del calorico? In questo problema impossibile a ricevere una soluzione perfetta dall'attuali nostre cognizioni, vi è questo di certo che il calorico e la luce in un gran numero di casi producono effetti assai diversi: i fosfori, il diamante, il legno marcito, le materie animali putrefatte, gli insetti e i vermi luminosi presentano spesso una luce assai viva e sfavillante senza eccitare sui nostri organi sensazione alcuna che ci manifesti la presenza del calorico; dall'altra parte quasi tutti i corpi naturali possono senza diventar luminosi esser riscaldati al segno di farci provare la sensazione del calore. Bastan tali riflessioni per farci ben distinguer la luce dal calorico, e farci convenire che queste sostanze hanno delle proprietà comuni e che in certe circostanze producono in parte de' medesimi effetti; e forse non sono ambedue che un solo e medesimo elemento diversamente modificato. Ecco i motivi sui quali il celebre s'Gravesande appoggia questa opinione. 1.^o Molti corpi caldi diffondon della luce se aumenta il calore, e cessan di diffonder la luce se scema il calore: un ferro rovente risplende, e se scema il calore non vi si scorge più luce; ed il fumo cangiassi in fiamma

(*i'''*) V. la Memoria pubblicata da Laplace e Lavoisier nella raccolta dell'Accademia del 1780, dove sono i risultati delle lor belle esperienze. A.

se se n' aumenta il calore. 2.^o Nei raggi del Sole il calore è unito intimamente con la luce: i corpi che rifletton la luce in grand'abbondanza si riscaldano lentamente; e quelli che son penetrati dalla luce in maggior quantità, si riscaldan più presto; e la luce penetrando un corpo non gli comunica sempre una luce sensibile con del calore: diverse pietre calcinate risplendono al buio; e la luce che spandono scema a grado a grado e finisce con estinguersi; ma si può più volte rinnovarla con esporle all'azion de' raggi solari: molte pietre anche senza far loro provare alcuna calcinazione han la stessa proprietà non solo quando si sottopongono all'influenza diretta de' raggi solari, ma quand'anche solamente si espongono per qualche tempo alla luce ordinaria del giorno in un luogo ove il sole non penetri direttamente. In tutte queste sostanze petrose la luce non si comunica senza calore; e ne' casi in cui la luce è debole, è pur debole la luce comunicata: ma in altri casi corpi sottoposti all'azion del sole per quanto sia viva si riscaldano senza diffonder luce. E quì per distrugger quest'idea sarebbe inutile il dire che la luce riconcentrata della Luna non ha mai prodotto del calore; poichè la Luna non riflette che una piccolissima parte della luce che a lei viene dal Sole, come ce lo mostra l'oscurità apparente di una gran parte della superficie della Luna, con questo di più che questa stessa piccola parte di luce riflessa dalla Luna dipoi s'indebolisce moltissimo prima d'arrivare a noi; onde non è maraviglia che ella non possa produrre un calor sensibile. 3.^o Da quanto osserviam tuttodì nei corpi che producon del calore senza produr della luce apparente, non si può dedurre che in realtà non vi sia della luce prodotta; poichè spesso non si rende visibile a taluno una luce debole, mentre intanto ella colpisce vivamente gli occhi d'un altro per motivo d'una migliore struttura degli occhi; onde può esservi ben della luce benchè non si scorga e soprattutto se parte da un corpo luminoso in troppo piccola quantità. E parimente il calore può esser talmente diminuito in un corpo che non vi si renda sensibile, giacchè spesso accade che non sentiamo in un tempo un calore, il quale benchè di-

minuito fa poi in un altro tempo un' impressione sensibile sui nostri organi: dunque non possiamo assicurarci che in un corpo luminoso non vi sia calore per quanto non ci si renda sensibile.

C A P. II.

Dell' influenza del calorico sulla formazione de' corpi.

286. **N**ell'accumularsi che fa il calorico ne' corpi ne allontana le molecole, e quando le penetra fino a un certo punto, lor comunica delle proprietà affatto nuove come la liquidità e la fluidità aeriforme. Di continuo presentaci la natura delle prove palpabili di questa verità; ma per non moltiplicarne gli esempj fermiamoci a quello che ci presenta l'acqua nel suo passaggio dallo stato di ghiaccio a quello di liquido. Una tale specie di metamorfosi ha sempre per causa l'assorbimento di una certa quantità di calorico. Comunicatele una nuova dose di calorico, l'acqua proverà una nuova trasformazione, e perderà la liquidità per acquistare la fluidità aeriforme. Dunque l'acqua liquida non è altro che un composto d'acqua solida e d'una data dose di calorico, e l'acqua in vapore è la medesima combinazione con una maggior quantità di calorico. Questa proprietà dell'acqua spetta a tutti i corpi della natura, poichè tutti son suscettibili di passar per questi stati differenti per mezzo di una quantità sufficiente di calorico: e se esistono de' corpi come il diamante e il cristallo di roccia che sul principio ci sia sembrato che rinunziassero a questo passaggio, cerchiamone la causa nell'impotenza in cui eravamo di somministrar la quantità di calorico necessaria alla volatilizzazione di queste sostanze.

287. Tale è anche la teoria della formazione de' fluidi aeriformi. Son essi tutti composti di calorico e d'una sostanza con cui è combinato il calorico e che si chiama *basse*. Dunque i fluidi aeriformi debbon aver due nomi, l'uno che esprima la lor combinazione aeriforme col calorico come appunto la parola generica *aria* o *gas*, e l'altro che

esprima la parola specifica che indica la base di ciascun gas.

288. Poichè il calorico dilata tutti i corpi allontanando le loro molecole, noi possiam considerare il suo effetto su queste stesse molecole come quello d'una forza ripulsiva opposta alla forza d'aggregazione che tende sempre a riunirle. E per meglio tener dietro a tutto il gioco dell'azion di esse forze nella formazione dei corpi tali quali son nello stato naturale cioè nella temperatura e nella pressione abituale che provano, supponghiam sul principio tutti i corpi della natura interamente spogliati di calorico. L'abbandono di questo fluido è indicato dal ravvicinamento delle lor molecole integranti, che tutte cedono alla forza d'attrazione che le domina, onde le sostanze gazoze perdon la lor fluidità aeriforme, le liquide la lor liquidità, in una parola tutti i corpi non offrono agli occhi del Fisico che un ammasso di molecole in contatto immediato. Facciamo or ricomparire il calorico, e supponghiam tutti i corpi immersi di nuovo in un bagno di questo fluido e calcoliamo, se si può, gli effetti che debbon risultare dalla di lui presenza.

289. 1.^o E' chiaro secondo i principj stabiliti (cap. antec.) che tutti i corpi prenderanno una porzion di calorico proporzionale in principio alla loro attrazion per questo fluido e poi alla capacità che avranno per contenerlo; onde quelli ancora che avran l'istessa massa, se son di specie differenti, non ne prenderanno egualmente. 2.^o Il calorico si combinerà secondo le leggi dell'attrazione con le molecole integranti de' corpi e comunicherà loro una forza ripulsiva opposta alla forza d'aggregazione: ma a misura che anderà effettuandosi questa combinazione l'attrazion delle molecole per il calorico soffrirà una tal diminuzione che giunta che sia questa attrazione al suo termine di saturazione, le molecole non potranno più ammetter fra loro che del calorico libero sempre pronto a fuggirsene per il contatto de' corpi la cui attrazione per il calorico non sarà soddisfatta. 3.^o La forza ripulsiva che farà nascere il calorico combinato sarà differente ne' differenti corpi; ma in tutti, in quelli ancora ove la forza ripulsiva sarà la più piccola possibile, avrà

luogo lo slontanamento delle molecole integranti: poichè quando tutti i corpi erano interamente privi di calorico, le lor molecole integranti si toccavano immediatamente, e la forza attrattiva era giunta al suo termine di saturazione; dunque la minor forza ripulsiva basta per vincerla e però per produrre lo slontanamento delle molecole. Ma subito dopo aumenta la forza d'attrazione, e se l'aumento è tale che la forza d'attrazione venga ad eguagliar la forza ripulsiva, qui è il punto in cui si stabilisce l'equilibrio fra queste due forze, e che segna il termine dello slontanamento delle molecole, e che determina lo stato permanente di solidità o di liquidità de' corpi alla temperatura ed alla pressione abituale che hanno. Che se la forza d'attrazione non viene ad eguagliare la forza ripulsiva, le molecole de' corpi cedendo all'impulsion di quest'ultima forza soffrono uno slontanamento progressivo che le fa tosto escir fuori della sfera d'attività in cui agisce la forza d'aggregazione, e allora i corpi acquistano la fluidità aeriforme.

290. Sebbene la maggior parte de' Fisici spiegano diversamente la formazione de' corpi solidi, liquidi e aeriformi. I corpi, dicono, conservan lo stato di solidità finchè la forza attrattiva delle molecole la vince sulla forza ripulsiva comunicata dal calorico, e passano allo stato di liquidità nel momento in cui la forza attrattiva eguaglia la ripulsiva, e finalmente acquistan la fluidità aeriforme quando la forza ripulsiva la vince sull'attrattiva. Ma se ne' corpi solidi la forza attrattiva domina sulla ripulsiva, perchè le lor molecole integranti non cedono all'impulsione di questa forza? perchè non si ravvicinano finchè siano in contatto immediato? La fluidità aeriforme poi è dovuta, è vero, alla superiorità della forza ripulsiva sull'attrattiva, benchè le molecole non soffrano uno slontanamento indefinito. Ma vedremo fra poco (§. 293.) che la pression dell'atmosfera unitamente alle gravità di questi fluidi bilancia l'eccesso della forza ripulsiva sull'attrattiva e determina il limite dello slontanamento delle molecole: il che non ha luogo per i corpi solidi, mentre non esiste alcuna forza esterna che possa bilanciar l'eccesso della forza attrattiva sulla ripulsiva e che

perciò possa opporsi al ravvicinamento delle molecole, cosicchè la forza attrattiva sarà vittoriosa.

291. Checchè ne sia di queste differenti maniere di spiegare la formazione de' corpi solidi, de' liquidi e de' fluidi aeriformi, è sempre vero che questi tre stati de' corpi son l'effetto del calorico, che si unisce alle lor molecole integranti più o meno strettamente e in maggiore o minor quantità secondo il più o men d'attrazione che hanno per questo fluido e secondo la loro maggiore o minor capacità per contenerlo.

292. Nel passaggio de' solidi allo stato di liquidità si presenta un fenomeno che è un'applicazione d'un principio che solo abbiamo accennato (§. 286.), ma che qui merita di fissare per un istante la nostra attenzione: ed è che le nuove quantità di calorico che sopraggiungono dal momento in cui comincia la liquidità sono assorbite dal corpo a misura che le riceve e sono unicamente impiegate a sciogliere dei nuovi strati, cosicchè un termometro posto nel ghiaccio che principia a liquefarsi rimane stazionario a 0° finchè il ghiaccio non resti interamente disciolto. Questo stesso fenomeno si presenta con le medesime circostanze nel passaggio de' liquidi allo stato aeriforme. In tutto il tempo in cui un liquido passa allo stato aeriforme le nuove quantità di calorico che riceve sono unicamente impiegate a convertir de' nuovi strati in fluido elastico; di modo che la temperatura dell'acqua per es. si mantiene costantemente nel nostro caso a 100° (scala centigrada).

293. Supposto che i corpi non fossero soggetti che alla forza attrattiva e alla repulsiva comunicata dal calorico, non sarebbero liquidi che per un istante indivisibile, e nel momento ancora che la forza repulsiva la vincerebbe sull'attrattiva delle molecole integranti, i corpi passerebbero impetuosamente allo stato aeriforme: per es. l'acqua comincerebbe a bollire nel momento in cui cessa d'esser frigida, si trasformerebbe in un tratto in fluido aeriforme e le sue molecole soffrirebbero un'allontanamento indefinito; ma una terza forza che è la pressione dell'atmosfera si oppone ad un tale allontanamento, e così l'acqua conserva la sua liquidità

anche da 0° a 100° del termometro decimale: la quantità di calorico che assorbe in quest' intervallo non basta per vincer la resistenza che la pressione dell' atmosfera oppone alla di lei evaporazione. Dunque senza la pressione dell' atmosfera non avremmo liquido costante, e non vedremmo i corpi in tale stato che nel momento preciso in cui si fondono, e il più leggiero aumento di calorico ne slontanerebbe subito le molecole le quali anderebbero a perdersi nell' immensità dello spazio. L' esperienza seguente serve d' appoggio a tal verità. Dopo aver empito d' etere (k'') un piccol vaso di vetro di circa 1 pol. di diametro e 2 d' altezza, si copra il vaso con una vescica inumidita fermata fortemente al collo del vaso con un grosso filo avvoltovi per molte volte; anzi per maggior sicurezza pongasi sulla prima una seconda vescica legatavi egualmente, e si avverta che il vaso sia pieno tutto d' etere onde non resti porzione alcuna d' aria fra esso e la vescica. Si metta sotto il recipiente della macchina pneumatica il quale all' alto è guarnito d' una scatola di cuoio attraversata da una bacchetta di punta acutissima, e a cui si adatta pure un barometro: per render l' esperienza più completa s' introduce anche un piccol termometro nel vasetto dell' etere. Disposto il tutto così si fa il voto nel recipiente, e poi facendo scender la bacchetta si buca la vescica. Subito l' etere comincia a bollire con un' attività sorprendente, svapora, e si trasforma in un fluido aeriforme che subito occupa tutto il recipiente. Se la quantità d' etere è abbastanza considerabile perchè finita la svaporazione ne rimangano ancora alcune gocce nel vaso, il fluido aeriforme prodotto dalla svaporazione dell' etere sostiene il mercurio del barometro adattato alla macchina pneumatica a circa 10 pol. nell' inverno e a circa 24 negli ardori dell' estate. Ora prima di fare il voto nel recipiente l' aria atmosferica pesava sulla superficie dell' etere e opponeva alla sua svaporazione un ostacolo invincibile.

(k'') L' etere è un liquore infiammabile volatilissimo d' una gravità specifica assai minore dell' acqua e anche dell' alcool. A.

Facendo il voto si è soppresso il peso dell'atmosfera, e si è perciò tolto l'ostacolo che impediva la svaporazione dell'etere, e questo fluido cedendo all'impulsion della forza repulsiva del calorico che la vince sull'attrattiva delle sue molecole, si è in un tratto trasformato in un fluido aeriforme dotato d'un elasticità sufficiente a sostenere il mercurio del barometro ad una certa altezza. L'etere che è liquido al grado di temperatura in cui viviamo sarebbe costantemente allo stato aeriforme senza la pressione dell'atmosfera. Anzi se il peso della nostra atmosfera non equivallesse che a 36 in 40 centimetri di mercurio invece di 76 (28 pol.) non potremmo aver l'etere nello stato liquido almeno nel tempo degli ardori d'estate. Non è perciò maraviglia che sulle montagne elevate ove la pressione dell'atmosfera è molto meno considerabile, non si possa conservar l'etere liquido senza usare de' palloni molto consistenti per condensarlo e per aggiunger così il raffreddamento alla pressione, giacchè fuor di tale cautela l'etere passa in un tratto allo stato aeriforme perchè la pression dell'atmosfera non oppone un ostacolo potente alla sua volatilizzazione. Ed essendo ormai noto generalmente che il sangue ha un grado di calore quasi eguale a quello in cui l'etere passa dallo stato liquido allo stato aeriforme, dee l'etere svaporarsi nelle prime vie, onde è probabile che dalla sua evaporazione si debban ripetere gli effetti mirabili che reca questo rimedio.

Il successo dell'esperienza è lo stesso se invece dell'etere si faccia uso dell'alkool, dell'acqua, del mercurio ec., con la sola differenza che la quantità del fluido svaporato è minore nell'alkool che nell'etere, minore anche di più nell'acqua o soprattutto nel mercurio, a motivo del grado diverso di loro volatilità.

294. Tutti questi fatti di cui sarebbe facile moltiplicare gli esempj se questi non fossero già sufficienti a convincerci, ci debbono far concludere che tutti i corpi della natura possono esistere nei tre stati diversi stato aeriforme, di liquidità e di solidità, e che questi tre stati del medesimo corpo dipendono dalla quantità di calorico che vi è combinato.

295. Fra i fluidi aeriformi conosciuti gli uni son *permanenti*, altri *non-permanenti*; i primi son quelli co' quali il calorico ha contratto un'intima unione, e conservano la loro fluidità aeriforme a qualunque temperatura si elevino e per questo diconsi *permanenti*; e i fluidi aeriformi *non-permanenti* son quelli co' quali il calorico è unito debolmente, e perdono la lor fluidità aeriforme quando son molto compressi o si trovano in contatto con corpi a cui son costretti cedere una parte del proprio calorico, come l'acqua ridotta allo stato di vapore.

296. Ma come estrarre i fluidi aeriformi? come raccogliergli nell'atto che si sviluppano? come farli passare da un vaso in un altro? E' utile il risolvere queste questioni. 1.^o Per raccogliere i fluidi aeriformi nell'atto del loro sviluppo si è immaginato un apparecchio conosciuto sotto il nome di apparecchio pneumato-chimico, che consiste in una cassa o tinozza di legno più o meno grande (Fig. 102, 103.) foderata di piombo a lastre o di foglie di rame stagnato: la Fig. 102 rappresenta questa tinozza in prospettiva, e nella Fig. 103. se n'è supposto il davanti e uno de' lati rilevati per far meglio comprenderne la costruzione nel suo interno. In tutto l'apparato di questa specie si distingue la tavoletta della tinozza ABCD (Fig. 102, 103) e il fondo della tinozza FGHI (Fig. 103.). L'intervallo che trovasi fra questi due piani è la tinozza propriamente detta. In questa parte scavata si empiono le campane, che dipoi si rivoltano e si posano sulla tavoletta ABCD di maniera che corrispondano a un piccolo foro, che è nel mezzo della tavoletta, e che è formato nel mezzo di uno scavo in forma d'imbuto fatto nella superficie inferiore della tavoletta. La tinozza dee esser piena in modo che la tavoletta sia sempre coperta d'1 pol. d'acqua; e deve avere bastante larghezza e profondità perchè ve ne rimanga per ogni parte almeno 1 piede fra la tavoletta e il fondo della tinozza. Questa quantità basta per l'esperienze ordinarie, sebbene si dia delle circostanze in cui è indispensabile il prendere ancora più spazio. I vasi che si adoprano per ricevere e per contenere i fluidi aeriformi sono campane di cristallo A (Fig. 104.); e

per trasportar le campane da un apparato all'altro si adopra de' piatti con un orlo e a due manichi per facilitarne il trasporto. Ma quando i fluidi aeriformi che si vogliono raccogliere posson essere assorbiti dall'acqua (1'') si usa l'apparecchio a mercurio, costruito come l'antecedente, con cui si opera nel mercurio per l'appunto come nell'acqua. Solo è da osservarsi che il legno essendo permeabile al mercurio vi è da temere, facendo la tinozza di legno, che si disgiungano i di lei pezzi o che il mercurio scappi via per le fessure; e formandola di vetro, di maiolica o di porcellana vi è il timore di romperla: onde dopo aver tentato di costruirla di differenti materie ci siam fissati definitivamente al marmo che non ha alcuno dei detti inconvenienti. 2.° Si estraggono i gas per mezzo del fuoco o per mezzo degli acidi. Se si sviluppano per mezzo del fuoco si adatta all'orifizio della storta un tubo ricurvo la di cui estremità tuffa nell'acqua della tinozza pneumato-chimica sotto una campana piena del medesimo fluido. Se poi si sviluppa il gas per mezzo degli acidi, si mette il miscuglio che dee somministrargli in una boccia a becco ricurvo e si fa immerger il becco nella tinozza sotto una campana piena d'acqua o di mercurio secondo che la tinozza è piena o dell'una o dell'altro. 3.° Per far passare i gas da un vaso in un altro bisogna che questo sia pieno d'acqua o d'ogn'altro fluido più pesante dell'aria e che la di lui bocca sia rovesciata e copra il foro della tavoletta della tinozza pneumato-chimica. Disposto il tutto così si rovescia egualmente il vaso che contiene il fluido aeriforme e si fa scendere verticalmente nell'acqua della tinozza, supposto sempre che questo vaso sia turato, il quale poi si stura nell'acqua, e si piega in modo che il suo collo sia incastrato sotto lo scavo della tavoletta: il gas non tarda a scappar via da questo vaso e a passar nell'altro destinato a riceverlo, dove si eleva sotto la forma di bolle che vanno a scoppiare all'alto del vaso e staccia-

(1'') Questo caso ha luogo generalmente in tutte le combustioni se se n'ecceppa la combustion de' metalli.

no a proporzione il liquido di cui il vaso è ripieno. Che se il vaso contenente il gas è una campana di cristallo aperta al basso per tutto il suo diametro la quale si tenga in serbo in mezzo a un gran piatto pieno d'acqua, si avverta di portar nell'acqua della tinozza la campana ed il piatto, d'immergervegli ambedue verticalmente e quindi toglierne il piatto, ed al solito si pieghi la campana in modo che la sua apertura corrisponda allo scavo della tavoletta. Tosto se ne fugge il gas per andare a riempire il vaso che deve riceverlo.

In qualunque maniera si faccia una tale operazione facilmente si conosce la necessità dello scavo fatto al di sotto della tavoletta destinato a ritenere il gas che scappa dalla campana e a dirigerne il cammino verso l'altra campana che deve riceverlo: senza lo scavo il gas che scappa dalla campana si distribuirebbe in tutta l'estension della tinozza lungi affatto da portarsi al luogo del suo destino.

LIBRO VI.

Della Porosità, Compressibilità e Elasticità

CAP. I.

Della Porosità.

297. **G**iacchè in natura non esiste il freddo assoluto (§. 267.), non sono le molecole d'alcun corpo giammai ravvicinate al punto di toccarsi immediatamente e in conseguenza ammetton tutte fra loro degli intervalli vuoti e privi della lor propria sostanza, il che forma la *porosità*. Ed ecco come così si concatenan fra loro le verità e come la scoperta d'una delle proprietà del calorico ci conduce a dimostrare la porosità de' corpi nella maniera la più semplice e la più generale che si sia fatto finora da' Fisici. Non è dunque la porosità una proprietà essenziale ai corpi, ma gli accompagna esclusivamente in certe circostanze cioè quando il calorico gli penetra; e comechè il calorico si trova ne' corpi in maggiore o minor quantità secondo la lor maggiore o minore attrazione per questo fluido e la lor maggiore o minor capacità per contenerlo, così la porosità è una proprietà accidentale e variabile che si può a piacere aumentare o scemare con aggiungere o togliere del calorico, essendo assolutamente possibile spogliarne i corpi anche senza distruggere la loro esistenza.

298. Ora la quantità di materia propria d'un corpo è in ragion inversa della sua porosità (m'''); onde dal peso

(m''') Infatti la maggiore o minor porosità de' corpi si misura dalla minore o maggiore gravità specifica la quale è in ragione della quantità di materia; onde può anche dirsi essere la porosità

si può conoscere il rapporto della porosità d'un corpo a quella d'un altro: laddove per valutar la porosità assoluta bisognerebbe aver un corpo che non avesse assolutamente alcun poro; cosicchè se questo pesasse 4 grammi e un altro del medesimo volume ne pesasse 2, quest'ultimo sarebbe composto, per una metà, d'estensione solida, e, per l'altra metà, d'estensione porosa, e in tal modo si potrebbe saper giustamente qual'è la quantità di materia o di pori che si trova in un corpo. Ma oltre a non conoscersi da noi alcun corpo di questa specie, neppure può esistere in natura perchè allora sarebbe senza moto e senza vita. L'esperienza ci conferma in questa verità; poichè per mezzo della macchina pneumatica si fa passar del mercurio a traverso una pelle di bufalo, e dell'acqua a traverso il fondo di una ciotola di legno saldato all'imboccatura superiore d'un tubo di vetro ove si fa il vuoto: così una lamina d'oro e di platina (che sono i corpi i più compatti) sottilissima e ben battuta presenta un gran numero di pori agli occhi dell'osservatore che la considera col microscopio (n'''). Vi si aggiunga un'altra esperienza dovuta a

in ragion inversa della gravità specifica. E' dunque qui da avvertirsi che i pori i più aperti non sono un indizio della maggior porosità, perchè il numero de' pori d'un corpo può compensare e talor superare la grandezza de' pori d'un altro d'egual volume; per es. benchè i pori della quercia sian più aperti di quelli del sughero, pure questo è più poroso dell'altra, mentre a volumi eguali la quercia pesa più del sughero.

(n''') Per più chiaramente dimostrare la proprietà generale della porosità de' corpi importa qui il riflettere alle prove seguenti. La luce penetra nel nostro corpo, come si osserva nel porre un dito ad un raggio di luce fatto passare per il foro d'un' imposta in una camera oscura. Presi i corpi i più duri il cristallo di roccia, lo smeraldo, il rubino, il diamante, non vi passa similmente la luce per ogni verso? Presi i corpi i più densi l'argento, la platina, l'oro, non vi penetra per ogni parte il calorico fino a divenire il lor distruttore? Il mercurio stesso non penetra nello stagno, nel rame, nell'argento, nella platina, ne l'oro? L'acqua regia o acido nitro-muriatico non discioglie la platina stessa e l'oro? Homberg (Mem. Acad. di Parigi 1713.) non fece passar varj composti fra

Haay tanto più interessante quanto che nel tempo stesso ci dà un esempio della porosità de' corpi e una prova non equivoca che i pori non sono assolutamente vuoti di ogni materia estranea ma bensì occupati dall'aria o da qualche altro fluido sottile interposto fra le molecole de' corpi. Presa una pietra del genere delle *agate* le quali sono semitrasparenti e assai dure da scintillare al colpo dell'acciarino chiamate *idrofane*, e pesatela, se si immerge nell'acqua, si vede alzarsi dalla sua superficie delle file numerose di piccole bolle d'aria che si succedono senza interruzione: se allora si levi dall'acqua e si pesi novamente, si trova che il suo peso è sensibilmente aumentato. Quest'esperienza ci presenta due fenomeni differenti cioè l'evasione di una gran quantità di bolle d'aria e l'aumento in peso della pietra dopo la sua immersione nell'acqua, i quali nascono dall'espulsion dell'aria che occupava i pori della

i pori del ferro, dell'argento ec. ec. senza punto alterar la sostanza di questi metalli nella guisa che si fa passar l'acqua per un foglio senza guastarne la tessitura? Passando poi a provare la porosità de' fluidi, il mercurio che fra essi è il più denso non mi mostra i suoi pori con l'alzarsi nel tubo al toccar che fa la mia mano la palla del termometro che così gli comunica il calorico? Tutti i fluidi non ammettono il calorico in modo da esser elevati al grado dell'ebullizione? Reaumur (Mem. Accad. di Parigi 1733) dopo aver versato in un tubo di vetro graduato due parti d'acqua e sopra di esso una parte d'acqua-vite notando il punto a cui questa si alzava, e dopo aver poi scosso i due fluidi con fargli frammischiar fra loro, osservò che il fluido misto allora occupava minor luogo di prima, e che per riaver la stessa altezza primiera bisognava aggiungere $\frac{1}{120}$ d'acqua-vite. Altri liquidi ancora si penetrar scambievolmente. Chi poi vuol avere un'idea della figura, della grandezza e della moltitudine dei pori nei corpi ricorra alle celebri opere di Hook, Malpighi e Leeuwenhoek. Per es. questi su una ficcia di una piccola foglia di bosso contò 17290 pori, e in una linea di ente umana ne contò 120, onde ve ne saranno 1440 nella lunghezza d'1 pol. e in 1 pol. quadro 2073600, cioè essendo in 1 pie. 144 pol. quadri, in 1. pie. quadro di nostra cute saranno 298598400 pori o boccucce, che restan coperte per guardia da delle squamette pentagone affaldellate a tre a tre l'una sull'altra.

pietra scacciata dall'acqua che vi subentra, e la cui gravità specifica supera di molto quella del fluido aeriforme.

299. Dai pori appunto del guscio dipende che l'uova già nate cominciano a votarsi e cessan d'essere, come si dice, *fresche*; onde per impedir questa perdita, appena che son nate, si turano i lor pori tuffandole nell'olio d'oliva con poi asciugarle perchè non vi resti che un incamiciatura sottilissima per timore che la pression dell'aria non ne faccia entrar dentro l'uovo alcune gocce, le quali diventando rancide gli darebbero un cattivo sapore: l'uova così preparate conservano la loro bontà e freschezza per varj anni se non son fecondate, perchè altrimenti la perdono in due mesi giacchè il principio fecondaute vi eccita una certa fermentazione.

300. Dipende da' pori del legno che nei lavori di legname entri l'umido e n'aumenti le dimensioni; e però una finestra che si apre bene in un tempo, in un altro si trova troppo grande; una botte che si è aperta si rimette stando nell'acqua ec. ec.: quindi è che si prevengono tali inconvenienti incamiciando da una parte e dall'altra i lavori di legname con una tinta a olio o con una vernice, le quali non avendo che poca o punta attrazione per l'acqua mantengono al legno le stesse dimensioni con rendere i suoi pori inaccessibili all'umidità dell'atmosfera.

301. Dipende finalmente dai pori della nostra cute che ognuno di noi secondo le più fedeli osservazioni perde $\frac{1}{3}$ di suo nutrimento. Anzi Seguin ha fatto su ciò una serie d'esperienze di cui importa dare alcuni risultati ai nostri lettori. 1.° Qualunque sia la quantità di alimenti che uno ha preso, per la traspirazione insensibile ritorna al medesimo peso dopo 24 ore se è adulto e se digerisce bene. 2.° Se variano le quantità d'alimenti o differiscono le traspirazioni, vi compensa la quantità degli escrementi, e ogni giorno alla stessa ora ritorna quasi allo stesso peso. 3.° Una cattiva digestione diminuisce la traspirazione e finchè dura egli aumenta di peso ogni giorno. 4.° Immediatamente dopo il desinare la traspirazione è al suo *minimum*, perchè il calorico che rimane per cominciar la digestione passa in miner

quantità nell'aria ambiente che allora discioglie meno umor traspirabile, e perciò se uno è sano prova dopo desinare una leggiera sensazione di freddo. 5.° Nel tempo della digestione la traspirazione è al suo *maximum*; la qual perdita eccedendo quella che si fa giornalmente è di 122 milligrammi (2,3 grani) per minuto, o di 7320 mill. (138^{gr.}) per ora. 6.° Nelle circostanze le più favorevoli la traspirazione insensibile la più considerabile è, preso un termine medio, di 1698.42365 milligrammi (32^{gr.}) per minuto, o di 2445730,056 (225) per giorno. 7.° Nelle circostanze le meno favorevoli la traspirazione insensibile la meno considerabile, nella supposizione di una buona digestione, preso un termine medio, è di 583,833 milligr. (11^{gr.}) per minuto o di 840719,52 (21.11^{onc.} 4^{gr.}) per giorno. 8.° Immediatamente dopo il cibo nei casi favorevoli la traspirazione è di 435,221 milligr. (8,2^{gr.}) per minuto, e ne' casi favorevoli è di 482,989 milligr. (9,1^{gr.}).

Tutti i quali risultati non han per oggetto che la traspirazione considerata in generale. Seguin distingue la traspirazione cutanea dalla polmonare, e dopo averle studiate ambedue separatamente fa sopra ambedue delle esperienze interessanti che lo conducono a valutarle con esattezza, ma che la natura della nostr'opera ci obbliga a passar sotto silenzio.

C A. P. II.

Della compressibilità.

302. **P**oichè le molecole di tutti i corpi sono allontanate l'une dall'altre per l'impulsione del calorico, son esse nella possibilità di esser ravvicinate; e questo ravvicinamento può farsi o col fare svanire la causa del loro allontanamento cioè con una sottrazione di calorico, che si dice *condensazione*, o per mezzo d'una pressione capace di vincer la forza repulsiva che le molecole de' corpi han ricevuto dal calorico, che si chiama *compressione*, con questo di più che si chiama *compressibilità* questa proprietà che hanno le molecole de'

corpi di ravvicinarsi in tal maniera. Dunque al pari della porosità anche la compressibilità appartiene a tutti i corpi della natura: anzi sembra che queste due proprietà vadano insieme come sopra due linee parallele, mentre sono accidentali e variabili, e il loro grado d'intensità dipende dalla quantità di calorico da cui sono i corpi penetrati.

303. L'estrema compressibilità de' fluidi aeriformi dà origine ad un gran numero di fenomeni che quanto prima fisseranno la nostra attenzione: e se quella de' solidi non si manifesta in una maniera molto sensibile, pure ella esiste, nè sono equivoche le prove che ce ne palesano l'esistenza. Un colpo di martello battuto fortemente contro una sostanza metallica qualunque vi lascia un'impressione a sufficienza profonda che annunzia un ravvicinamento delle molecole nel luogo ove si è fatta la percossa. Una palla di marmo, d'avorio, d'acciaio nel cader su un piano da una certa altezza, si riflette e questo moto di riflessione suppone la compressibilità. In favore poi della compressibilità de' liquidi non possiamo addurre testimonianze tanto palpabili come quelle che dimostrano la compressibilità de' solidi. E perciò la compressibilità de' liquidi è stata per molto tempo equivoca; e gli Accademici di Firenze hanno infino preteso che i fluidi godessero l'esclusiva della incompressibilità. Noi però proveremo, delineando il quadrò delle proprietà dell'acqua, che l'esperienze sulle quali questi Fisici appoggian la loro opinione sono illusorie, e che le prove d'incompressibilità che ne ritraggono si convertono in prove di compressibilità per poco che si attenda alle circostanze che le accompagnano. Bensì ciò che è certo si è che i liquidi resistono vivamente ai mezzi impiegati per effettuare la lor compressione, benchè ad una tal viva resistenza noi dobbiamo il vino, il sidro, gli olj, in una parola tutti i liquidi che per via d'espressione ricaviamo da' vegetabili. Se la compressibilità de' liquidi eguagliasse soltanto quella de' solidi che gli contengono, sarebbe impossibile l'effettuare la loro separazione.

Dell' elasticità.

304. **L'**elasticità è una proprietà in virtù della quale certi corpi compressi per mezzo d'una forza qualunque, riprendono da loro stessi, appena questa forza cessa d'agire, le dimensioni e la figura che aveano prima della compressione. L'elasticità è perfetta quando il corpo riprende lo stato che aveva avanti la compressione in un tempo eguale a quello che fu necessario per farglielo perdere, perfezione che mai si ritrova in natura. Fra i corpi che si conoscono, la luce e i fluidi aeriformi son quelli la cui elasticità si avvicina più di ogni altro all'elasticità perfetta: ella è minore nei corpi duri come nell'acciaio, avorio ec.; quindi scema sensibilissimamente nei liquidi; finalmente è quasi nulla ne'corpi molli come nelburro, terra argilla umida ec. Di più nella maggior parte de'corpi elastici l'elaterio si indebolisce per l'uso o per una compressione continuata per troppo tempo. Un arco che è stato troppo teso, mantiene all'fine una parte di curvatura fattagli prendere dalla compressione; il crine, la piuma, la lana che continuamente servono ai nostri usi, perdono alla lunga il lor prezioso elaterio, che per nostra felicità si è trovato facilmente il mezzo di lor restituire.

Ma se certi corpi perdono la loro elasticità, altri ve ne sono a cui è facile comunicare una tal proprietà: poichè si aumenta l'elasticità de' metalli ora battendogli a freddo, ora per mezzo della mescolanza, giacchè la mistura di due metalli è più dura, più rigida, più elastica de' metalli semplici che entrano nella composizione, e quindi la tempera che consiste in riscaldar vivamente l'acciaio e in raffreddarlo poi in un tratto tuffandolo nell'acqua fredda, dà all'elasticità di questo metallo maggiore attività ed energia. Dunque l'elasticità dee riguardarsi come una proprietà variabile che caratterizza certi corpi e che però non è essenziale alla materia.

305. Lucrezio, Daniele Bernoulli, Le-Sage e molti altri

Fisici nell'occuparsi che han fatto del fenomeno dell'elasticità hanno limitato le loro ricerche a spiegare in una maniera vaga l'elasticità de' fluidi aeriformi. Chi la faceva dipendere da un agitazione continua delle lor molecole integranti senza assegnar la causa di una tale agitazione; chi ammetteva per la spiegazion di questo fenomeno una forza ripulsiva inerente alle molecole de' fluidi aeriformi; e altri finalmente non potendo risolversi ad ammetterlo nelle molecole della materia due forze diametralmente opposte, per ispiegare l'agitazion de' fluidi elastici son ricorsi ad un fluido separato sparso in tutto l'universo, ogni cui particella eccessivamente piccola si muova con un attività prodigiosa in linea retta e le cui correnti arrivando da tutti i punti dello spazio s'incrocino in tutti i sensi: il qual sistema conosciuto sotto il nome di *sistema de' corpuscoli ultra-mondani* è fondato al pari di tutti i sistemi sopra basi immaginarie ed è ben lungi dall'offrire una spiegazione soddisfacente de' fenomeni dell'elasticità. Noi perciò azzardiamo una spiegazione nuova del fenomeno dell'elasticità appoggiandola sopra dei fatti e inoltre procurando di confermarla col calcolo.

306. I.^o Dei segni d'elasticità suppongono una compressione effettuata cioè un alterazione nella figura de' corpi prodotta dal ravvicinamento delle molecole; dal che risulta che i corpi le di cui molecole cedono con una grandissima facilità alla più leggiera pressione in modo da voltolarsi l'una sull'altra senza alterar la loro figura, non posson dare de' segni sensibili d'elasticità, come appunto in generale sono i liquidi. II.^o Quando si comprime un corpo elastico, alcune delle sue molecole integranti son ravvicinate, e altre soffrono uno slontanamento quasi eguale al ravvicinamento delle prime. III.^o Al grado abituale di calore e di pressione che proviamo, tutti i corpi hanno un volume determinato dal rapporto d'eguaglianza che passa fra la forza attrattiva delle loro molecole e la forza ripulsiva comunicata dal calorico combinato con queste stesse molecole (§. 289. 3.^o)

307. Posto ciò il ristabilimento de' corpi solidi dopo la compressione sembra essere il risultato dell'azion combinata

del calorico e della gravitazione. Poichè quando si comprime un corpo elastico, molte molecole integranti vengono ravvicinate e altre soffrono uno slontanamento eguale al ravvicinamento delle prime: nelle prime la forza ripulsiva aumenta, ed aumenta ancora la forza attrattiva; ma l'aumento della prima la vince sull'aumento della seconda, giacchè all'epoca della formazione del corpo tale quale è avanti la compressione, la forza ripulsiva comunicata alle sue molecole dal calorico è bastata per dar loro il grado d'allontanamento che le distingue: dunque ella era superiore alla forza attrattiva fino al momento in cui le molecole hanno acquistato il grado d'allontanamento che esse hanno nello stato naturale del corpo. Dal che si rileva che se le molecole si ravvicinano per mezzo della compressione e se si rinchiudono insiem col calorico in un più piccolo spazio, il rapporto d'eguaglianza che esisteva avanti la compressione fra la forza attrattiva e la ripulsiva, deve esser distrutto in favor della forza ripulsiva, e che perciò cessando la compressione ella dee agire e allontanar le molecole ravvicinate dalla compressione finchè si ristabilisca l'equilibrio fra le forze attrattiva e ripulsiva; il qual equilibrio non può ristabilirsi se non che quando le molecole avranno recuperato il grado d'allontanamento che avevano avanti la compressione. Per ragioni consimili la forza attrattiva domina sulla ripulsiva nelle molecole che hanno sofferto un allontanamento; dunque ella dee agire per ravvicinar le molecole e ristabilir l'equilibrio di queste forze, equilibrio che non può ristabilirsi se non che quando l'allontanamento delle molecole sarà tale quale era avanti la compressione.

Alcuni esempj rischieranno questa spiegazione. Io lascio cader sopra un piano una palla d'avorio: allora scema il diametro perpendicolare al piano, e si ravvicinano le molecole integranti nel senso dello stesso diametro; ma cresce il diametro orizzontale, e nel senso di questo diametro le molecole s'allontanano: avanti la compressione le molecole della palla avevano un allontanamento determinato da un certo rapporto fra le lor forze attrattiva e ripulsiva comunicato dal calorico, rapporto il quale resta distrutto dal-

la compressione: dunque la lor forza ripulsiva è divenuta relativamente più grande nelle molecole che sono state ravvicinate, e la forza attrattiva è superiore nelle molecole che sono state allontanate: dunque le molecole ravvicinate debbon allontanarsi e le molecole allontanate debbon ravvicinarsi per ristabilire il rapporto che esisteva avanti la compressione; onde cessando la compressione la palla dee riprender lo stato fattole perdere dalla compressione. Quando si piega una lamina d'acciaio vi è ravvicinamento delle molecole nella parte interna e allontanamento nell'esterna dell'arco che si fa alla lamina descrivere: il calorico combinato con le molecole componenti la parte interna dell'arco si trova dunque rinserrato in un più piccolo spazio, mentre quello che è combinato con le molecole componenti la parte esterna dell'arco occupa spazio maggiore; dunque la forza ripulsiva comunicata dal calorico dee dominare sulla forza attrattiva nelle molecole componenti l'interno dell'arco e fare uno sforzo per allontanarle fino al ristabilimento dell'equilibrio, mentre intanto la forza attrattiva che domina nelle molecole componenti l'esterno dell'arco agisce per ravvicinarle: ora come mai concepire che l'allontanamento delle molecole nell'arco esterno possano effettuarsi senza che la lamina riprenda il suo stato primiero? Quanto più si battono i metalli tanto più diventano elastici: battendogli si ravvicinan le loro molecole integranti e si riducono al pari del calorico con lor combinato ad occupare un più piccolo spazio; dunque delle percosse reiterate fan crescer la forza ripulsiva in un rapporto maggiore della forza attrattiva, e però alle percosse dee crescere l'elasticità de' metalli. L'acciaio temperato è più duro e più elastico dell'acciaio non temperato; onde il raffreddamento ne aumenta l'elasticità.

Che se questo fenomeno a prima vista sembra far contro alla nostra spiegazione dell'elasticità de' corpi solidi, basta un istante di riflessione per farne svanire questa apparente contrarietà. Infatti quando si tuffa nell'acqua una sbarra d'acciaio incandescente succede uno sviluppo di gas idrogeno, e la superficie della sbarra passa allo stato d'ossido,

e probabilmente a questo passaggio son dovute in parte la durezza e l'elasticità che acquista l'acciaio per la tempera: e ciò che giustifica queste congetture si è che, secondo l'esperienze di Lavoisier, l'acciaio acquista maggior durezza ed elasticità quando essendo debolmente riscaldato si tuffa in un liquido, come per es. nell'acido nitrico, che per se stesso ne favorisca l'ossidazione. In una parola nell'operazione della tempera l'acqua si decompone, il suo ossigeno si combina coll'acciaio, sebbene il suo effetto è sul principio sensibile soltanto alla superficie che sola indurisce, mentre ancora l'interno conserva la sua duttilità; ma poi per mezzo d'un calor moderato l'ossigeno fissato in principio alla superficie presto si repartisce egualmente in tutta la massa della sbarra: dunque nell'operazione della tempera si fa una composizione nuova che per necessità dee far nascere delle nuove proprietà. E questo nuovo composto può benissimo per l'attrazione che gli è propria, fissare una maggior quantità di calorico; dal che dee risultare per le sue molecole integranti maggior forza ripulsiva e però maggior elasticità.

Oltre di che contribuisce a dare all'acciaio maggior durezza ed elasticità il raffreddamento improvviso che gli si fa provare per mezzo della tempera, perchè il raffreddamento produce il ravvicinamento delle molecole integranti: infatti il calorico combinato si trova con esse rinchiuso in un più piccolo spazio e perciò la forza ripulsiva aumenta in un rapporto maggiore della forza attrattiva; e dall'altra parte le molecole prendon fra loro una disposizione molto differente da quella che avrebbero se l'acciaio arroventito fosse ridotto a gradi successivi alla temperatura che avea prima d'esser riscaldato; e quest'ultima disposizione di molecole occasionata da un raffreddamento improvviso può benissimo esser favorevole all'elasticità.

308. Sembra che da questa medesima causa che dà origine all'elasticità de' corpi solidi, dipenda anche l'elasticità de' fluidi aeriformi. Si consideri che i corpi i quali passano allo stato permanente di fluidità aeriforme hanno un'attrazione fortissima per il calorico, e ne prendono una gran-

dissima quantità; ed egli si combina intimamente con le loro molecole integranti, le quali per mezzo di questa combinazione acquistano una forza ripulsiva superiore alla lor forza attrattiva: onde questa superiorità della forza ripulsiva le strascina lungi dalla sfera d'attività dove si esercita la forza d'aggregazione; e ne seguirebbe senza dubbio un allontanamento indefinito se non vi ponessero un termine e la pressione dell'atmosfera e la gravità di questi fluidi. Ed infatti quando si comprimono i fluidi aeriformi, si rinserran le loro molecole, al pari del calorico con lor combinato, in un più piccolo spazio, e però la forza ripulsiva delle molecole integranti viene aumentata dalla compressione, cessando la quale dee la forza ripulsiva spiegar tutta la sua attività per ristabilire l'allontanamento delle molecole. Intanto l'elasticità de' fluidi aeriformi è tale che dopo la compressione dà loro un volume maggiore che prima di essa non avevano, effetto che avendo luogo nel vuoto è dovuto alla superiorità della forza ripulsiva, la quale agisce con efficacia per viepiù allontanar le molecole quando si sopprime la pressione dell'atmosfera che si opponeva ad un tale allontanamento. Ma non è così de' corpi solidi elastici, perchè la forza ripulsiva delle lor molecole integranti si trova eguale alla lor forza attrattiva.

309. Ma che? se tutti i corpi contengono del calorico, e se il calorico è il principio dell'elasticità, donde viene che tutti i corpi non sono elastici? I.^o Non vi è in natura alcun corpo perfettamente duro nè perfettamente molle; dunque non ve n'è alcuno che non goda di un certo grado d'elasticità. II.^o De' segni sensibili d'elasticità suppongono effettuata la compressione; dunque non è maraviglia che i corpi su cui non si può effettuar la compressione non diano segno alcuno d'elasticità. III.^o Dall'essere il calorico il principio dell'elasticità non ne segue che tutti i corpi che contengono del calorico debban aver questa proprietà: poichè 1.^o il troppo e il troppo poco calorico posson nuocere egualmente alla forza elastica; 2.^o la forma differente che distingue le molecole integranti, e la differente disposizione che esse prendono secondo le circostanze, può essere or più

o meno favorevole, or più o meno nocevole all'elasticità; 3.° i corpi molli come il burro, l'argilla umida ec. provano nel loro stato di mollezza un principio di soluzione per mezzo dell'acqua che dee alterare la forza ripulsiva delle loro molecole e in conseguenza nuocere all'elasticità: ed è ciò tanto vero che questi corpi spogliati della lor parte acquosa, senza però cangiar la loro temperatura, danno de' segni sensibili d'elasticità.

§ 10. Se ora facilmente si concepisce che i corpi debban acquistare dell'elasticità combinandosi con un corpo tale quale è il calorico che eminentemente gode di tal proprietà, resta sempre da spiegare perchè il calorico è elastico.

Per ispiegare l'elasticità de' corpi sì solidi che aeriformi noi siam partiti da un fatto, che cioè le molecole de' corpi esposti al calore s'allontanano le une dalle altre, e perciò acquistano una forza ripulsiva per la loro combinazione con un fluido, qualunque egli sia, che le penetra. Ma può accadere che questo fluido da noi chiamato calorico nel combinarsi che fa colle molecole de' corpi, lor comunichi una forza ripulsiva senza che le molecole di questo fluido si respingano a vicenda. Quando si tuffa del pan secco nell'acqua, il pane si gonfia e le molecole s'allontanano l'une dall'altre; dunque l'acqua nel penetrare i pori del pane comunica alle sue molecole una forza ripulsiva; e sarebbe cosa ridicola il concluderne che le molecole dell'acqua si respingono fra di loro. Parimente quando si sottopone un corpo all'azion del calore le sue molecole integranti s'allontanano l'une dall'altre, ed acquistano una forza ripulsiva per la loro combinazione col calorico; ma questo fenomeno probabilmente dipende al pari del precedente dal concorso di più forze attrattive come la forza attrattiva delle molecole del calorico, la forza attrattiva delle molecole del corpo le une riguardo alle altre, finalmente l'attrazione reciproca delle molecole del calorico e delle molecole del corpo penetrato da questo fluido. Dal che risulta che l'elasticità de' corpi non suppone quella del calorico che l'ha prodotta.

Del resto noi non riguardiamo come dimostrata l'esistenza del calorico, e non presentiamo quest'ipotesi che co-

me un mezzo da rappresentare con numeri l'elasticità de' corpi elastici senza affermare che la cosa materialmente accade come l'abbiamo spiegata.

311. Sia M la massa d'un corpo elastico, m una delle sue molecole, d la di lei distanza dal centro d'attrazione, e q la quantità di calorico da cui è il corpo penetrato, supposto il centro di ripulsione nel punto stesso del centro d'attrazione: faccio ancora $Mm = a$, $qm = b$. La forza attrattiva d'ogni molecola eguaglia il prodotto della sua massa per la velocità che ella avrebbe se cedesse all'impulsione di questa forza; e la velocità è in ragion diretta della massa attraente e nell'inversa d'una funzione della distanza della molecola dal centro d'attrazione: dunque l'es-

pressione analitica della forza attrattiva è $\frac{a}{F(d)}$.

312. La forza ripulsiva eguaglia il prodotto della massa per la velocità, e la velocità è in ragion diretta della quantità di calorico da cui è il corpo penetrato, ed aumenta ancora per il ravvicinamento delle molecole; ma la legge che la domina relativamente alle distanze non è la stessa di quella della forza attrattiva. La forza ripulsiva aumenta più della forza attrattiva per il ravvicinamento delle molecole (§. 306. III.^o), onde per espressione della forza ripulsiva avremo b diviso per un'altra funzione di d che si può

rappresentare così $F(d) \cdot \omega(d)$, cioè $\frac{b}{F(d) \cdot \omega(d)}$. Dunque

nello stato naturale de' corpi, cioè alla temperatura e alla pres-

sione abituale che essi provano, abbiamo $\frac{a}{F(d)} = \frac{b}{F(d) \cdot \omega(d)}$,

ossia $\frac{a}{F(d)} - \frac{b}{F(d) \cdot \omega(d)} = 0$, ovvero $a \cdot \omega(d) - b = 0$.

313. Posto ciò quando si lascia cader sopra un piano una palla d'avorio, giacchè le molecole della palla situata nel diametro verticale si ravvicinano, scema d , e però

l'Eq. diventa $a \cdot \omega (d - r) - b =$ ad una quantità negativa; dunque la forza ripulsiva la vince sull'attrattiva e perciò le molecole situate nel diametro verticale, s'allontanano. Al contrario le molecole situate nel diametro orizzontale essendo allontanate, d cresce, e però l'Eq. diventa $a \cdot \omega (d + r) - b =$ ad una quantità positiva; dunque la forza attrattiva la vince sulla ripulsiva, e perciò le molecole situate nel diametro orizzontale si ravvicinano, mentre intanto le situate nel verticale s'allontanano perchè il corpo riprenda il suo stato naturale.

314. Nel prendere l'espressione analitica delle forze fra le quali le molecole dei corpi sono in equilibrio nel loro stato naturale, noi non abbiamo avuto riguardo alcuno alla pressione dell'atmosfera, perchè questa forza non agisce efficacemente sui corpi solidi. Pure non è l'istesso riguardo ai liquidi e ai fluidi aeriformi, su cui la pressione dell'atmosfera agisce con efficacia per ravvicinarne le loro molecole, e però ve la dobbiam fare entrare nella valutazione delle forze che gli animano. Ma la pressione dell'atmosfera è una quantità costante che noi esprimiamo per l'unità; dunque per i liquidi e i fluidi aeriformi si avrà $a \cdot \omega (d) + 1 - b = 0$; dove la semplice ispezione di questa formula fa vedere 1.^o che quando si comprimono de' fluidi elastici, la forza ripulsiva divien più potente dell'attrattiva e in conseguenza che cessando la compressione le molecole debbon ritornare verso la lor primiera posizione; 2.^o che i liquidi e i fluidi aeriformi hanno il privilegio esclusivo di prendere maggior volume quando vi si sopprime la pressione dell'atmosfera. Nel qual supposto la nostra Eq. diviene $a \cdot \omega (d) - b =$ ad una quantità negativa, cioè la forza ripulsiva la vince sull'attrattiva; il che non accade ne' corpi solidi, perchè quand'anche vi si sopprime la pressione dell'atmosfera si ha $a \cdot \omega (d) - b = 0$, cioè la forza attrattiva resta eguale alla forza ripulsiva.

Fine del Tomo Primo.

I N D I C E

De' Libri, Capitoli e Paragrafi principali.

L I B R O I.

Di alcune proprietà generali de' corpi Pag. 3.

Cap. I. *Dell'estensione, divisibilità, figurabilità e impenetrabilità de' corpi* ivi.

Estensione §. 1. *divisibilità* 2. *figurabilità* 3. *impenetrabilità* 4 *ec.*

Cap. II. *Della mobilità* pag. 9.

Moto §. 3 e 9. *circostanze e varietà del moto* 10 *ec.* *leggi del moto* 15 *ec.* *forza e determinazione delle forze* 20 *ec.*

L I B R O II.

Dell'inerzia pag. 18.

PARTI I *Dell'inerzia de' solidi* pag. 20.

Cap. I. *Dell'urto de' corpi* ivi.

Urto de' corpi §. 27. *urto diretto de' corpi non elastici* 28. *sue leggi* 29 e 30. *formula generale di esse* 31. *urto diretto de' corpi elastici* 32. *teoremi fondamentali per esso e sue leggi* 33 *ec.* *formula generale* 37.

Cap. II. *Del moto composto* pag. 31.

Moto composto e sue leggi §. 38 *ec.* *urto obliquo e sue leggi* 43 *ec.* *moto curvilineo e forze centrali* 46. *loro leggi* 47 *ec.*

Cap. III. *Delle macchine* pag. 48.

Resistenza §. 55. *potenza* 56 e 57. *punto d'appoggio* 58. *centro di gravità* 59 e 60. *leva* 61. *sua legge per l'equilibrio* 62 *ec.* *bilancia* 66 e 67. *stadera* 68. *puleggia* 69 *ec.* *asse nella ruota* 73 e 74. *piano inclinato* 75

e 76. cuneo 77 e 78. vite 79. macchine composte e legge generale di esse 80 ec. attrito 84 ec. rigidezza delle corde 92 ec.

PARTÈ II. Dell'inerzia de' fluidi pag. 85.

Cap. I. Delle leggi de' fluidi nella loro pressione pag. 86.

Pressione de' fluidi di basso in alto §. 98. pressione laterale 99. pressione eguale per ogni verso 100 ec. equilibrio de' fluidi ne' tubi di comunicazione 105.

Cap. II. Dell'equilibrio de' corpi galleggianti ed immersi pag. 95.

Leggi de' fluidi immersi §. 108 ec.

Cap. III. Delle gravità specifiche pag. 101.

Rapporto delle gravità specifiche d'un solido e d'un fluido §. 117 ec. modo di determinare la gravità specifiche de' solidi 120. modo di determinare le gravità specifiche de' fluidi 121. l'areometro 122.

Cap. IV. De' fluidi che escono da un vaso pag. 109.

Legge generale delle acque che scendendo sgorgano da un vaso §. 126 ec. dell'acque che sgorgano da un vaso sempre pieno 127 ec. dell'acque che sgorgano da un vaso non mantenuto pieno 132 ec. circostanze che accompagnano lo sgorgo d'un fluido 137. dell'acque zampillanti e ascendenti 138. ostacoli alla libera ascensione dell'acque 139.

Cap. V. Della resistenza de' fluidi ai corpi in moto pag. 119.

Della resistenza per parte della superficie del mobile §. 140. per parte della densità de' fluidi 141. per parte della velocità del mobile 142. considerando in moto anche il fluido 143. resistenza de' battelli a diverse altezze d'acqua 144.

L I B R O III.

Dell'attrazione pag. 125.

PARTÈ I. Del sistema del Mondo ivi.

Cap. I. Del sistema planetario ivi.

De' pianeti §. 147 ec. loro elementi 152 ec. de' satelliti 160 ec. delle comete 165.

Cap. II. De' fenomeni prodotti dal moto de' pianeti pag. 133.

Fenomeni del sole §. 167. dell'eclittica ivi. longitudine del

sole 168. zodiaco ivi. fenomeni de' pianeti 169. loro congiunzioni 170. loro fasi 171. fenomeni della luna 173. sue fasi 174. eclissi 175. fenomeni che dipendono dal moto del sole, de' pianeti e della luna sui loro assi 177 ec. fenomeni della terra 183. parallassi 184 e 185. ineguaglianza de' giorni 189. equazione del tempo 190. equinozj 191. stagioni 198 e 199. aurora e crepuscolo 200. precessione degli equinozj 201. stelle 202.

PARTE II. Delle cause fisiche de' movimenti celesti pag. 161.

Cap. I. Della gravitazione ivi.

Leggi della gravitazione §. 204.

Cap. II. Del moto della terra pag. 165.

Prove del moto della terra §. 205 e 206.

Cap. III. Delle masse, densità ec. de' pianeti pag. 168.

Massa de' pianeti §. 207. densità de' pianeti 208. gravità alla lor superficie 209.

Cap. IV. Della figura de' pianeti pag. 170.

Figura de' pianeti §. 210.

Cap. V. Del flusso e riflusso pag. 172.

Spiegazione del flusso e riflusso §. 211 e 212.

PARTE III. Della gravità pag. 175.

Cap. I. Delle leggi della gravità ivi.

Leggi della gravità §. 214 e 215. discesa per un piano inclinato 216 ec.

Cap. II. De' pendoli pag. 180.

Leggi del pendolo semplice §. 224 ec. e del pendolo composto 230. applicazioni di queste leggi 231.

Cap. III. Del moto di proiezione pag. 190.

Principio fondamentale della Balistica §. 232. metodo per colpire un dato scopo 233.

LIBRO IV.

Dell'attrazione chimica pag. 193.

Cap. I. Leggi dell'attrazione chimica ivi.

Attrazione semplice §. 236. attrazione elettiva 237. attrazione complessa 238.

Cap. II. De' tubi capillari pag. 200.

Applicazione dell'attrazione chimica alla spiegazione de' tubi capillari §. 244 ec. spiegazione dell'innalzamento de' fluidi ne' tubi capillari al di sopra del livello ordinario 245 e 246. spiegazione dell'abbassamento del mercurio ne' tubi capillari al disotto del livello ordinario 247. conseguenze e dilucidazioni 248 ec. fenomeni d'attrazioni e ripulsioni apparenti che presentano alcuni corpi galleggianti sulla superficie d'un fluido 251 ec.

Cap. III. Della cristallizzazione pag. 212.

Formazione de' cristalli naturali e loro leggi §. 253 ec. molecole integranti di essi, primitive e secondarie 257. decrementi che accadono nella lor formazione ora semplici 258. ora diseguali 259. ora ai lati 260. ora agli angoli 261. ora intermedj 262. ora misti 263. applicazione di queste leggi 264 e 265.

LIBRO V.

D*el calorico pag. 220.*

Cap. I. Delle proprietà e leggi del calorico ivi.

Dilatazione de' corpi per mezzo del calorico §. 266. restringimento delle molecole de' corpi alla privazion del calorico 267. definizione del calorico 268. differenza fra calorico e calore 270. de' conduttori del calorico 271. termometro 273. temperatura de' corpi 275. capacità de' corpi per ammettere il calorico 277. calorico specifico 280. metodi per determinare le capacità de' corpi per il calorico 283. natura del calorico 285.

Cap. II. Dell'influenza del calorico sulla formazione de' corpi pag. 235.

Formazione de' liquidi §. 286. formazione de' fluidi aeriformi 287. spiegazione di questi due fenomeni 288 ec. pressione dell'atmosfera necessaria per mantenere i liquidi nel loro stato di liquidità 293. modo di estrarre i fluidi aeriformi, di raccogliarli e di travasarli 296.

LIBRO VI.

Della Porosità, compressibilità e elasticità pag. 244.

Cap. I. *Della porosità ivi.*

Definizione della porosità §. 297. rapporto della porosità de' varj corpi 298. conseguenze della porosità de' corpi 299 ec.

Cap. II. *Della compressibilità pag. 248.*

Definizione della compressibilità §. 302. prove della compressibilità de' corpi 303.

Cap. III. *Dell'elasticità pag. 250.*

Definizione dell'elasticità §. 304. spiegazione dell'elasticità 305 ec. elasticità de' fluidi aeriformi 308. formule per l'elasticità de' solidi e de' fluidi 310 ec.



5	31	tua	una
7	24 e ult.	: oltredieci . . . solide che	, giacchè . . . solide , che
9	17	delle superficie	della superficie
ivi	26	ad un altro	ad un altro in moto
11	16	ritardato	ritardata
ivi	24 e 25	Pietro . . . Giovanni	Giovanni . . . Pietro
12	12	il peso	la gravità
ivi	31	in ragion delle velocità	in ragion reciproca delle velocità
13	12	i tempi saranno	i tempi , saranno
14	2 e 16	cessa . . . d' un triangolo	cessi . . . d' un regolo
15	ult.	endenza . . . il peso	tendenza . . . la gravità
16	37 e 38	$S = 13 . . . F = 18$	$S = 12 . . . F = 28$
17	12	rappresentanti questi	rappresentare da questi
ivi	ult.	di Châtelet, Mairan	di Châtelet, e Mairan
19	35	al primo,	al primo;
23	3	velocità 6 per cui supposta	velocità 6 per cui supposta
ivi	15 e 16	velocità 6, avanti l'urto	velocità 6 avanti l'urto ,
		percotendo	percotendo
ivi	23	dopo l'urto essendo	dopo l'urto, essendo
ivi	31	si distruggon nell'urto	si distuggon esse nell'urto
24	23 e 24	alla somma . . . e dopo	alla differenza . . . e avanti
25	19	$\frac{0}{2m}$	$C = \frac{0}{2m}$
ivi	20	$V - v; 3.^{\circ} \text{ se } v = 0$	$V - v; 3.^{\circ} \text{ se } M = m$
		$\frac{2}{2}$	$\frac{2}{2}$
ivi	27	($M - m$ V	($M - m$) V
26	27	comunicato e nel	comunicato; e nel
27	33	areo	areo
29	2 e 16	saparanzi . . . avanti	separansi . . . avanti
ivi	20 e 27	le quali che . . la palla dee	le quali . . la palla = 1 dee
30	18	$m V > m V$	$m V > M V$
ivi	20 e 27	ristornerà indietro.. ristor-	tornerà indietro . . . , torna
		na indietro	indietro
31	9 e 14	$\frac{2 M V}{M + m}$. . . mentre che	$\frac{2 M V}{M + m}$. . . , mentrechè
32	8 e 13	$\frac{2 M V}{2 M V}$ m'	$\frac{2 M V}{2 M V}$ m
ivi	15	$\frac{M + \sqrt{Mm'}}{2 M V}$	$\frac{M + \sqrt{Mm}}{2 m V}$
ivi	17	$\frac{M + m}{M + m}$	$\frac{m' + m}{m' + m}$
		è fatto . . . $m'' = m' 2$	e fatto . . . $m'' = m'$
		$= m'$	
33	2	parallele, ne	parallele che passino per il suo centro di gravità, ne

34	28	$V = v \text{ e } M : m :: 1 : 3 \text{ sarà}$	$V = v = 1, \text{ sarà}$
ivi	29	$m = 3 \text{ } M \text{ sarà}$	$m = 3 \text{ } M \text{ cioè } M : m :: 1 : 3, \text{ sarà}$
37	18	AC	AD
37	24 e 25	$AD (= BC) \dots ABD$	$BC (= AD) \dots BAD$
39	19	dC	eC
40	29 e 30	CPA	CAP
ivi	32	direzion retta	direzion della retta
41	30	d'acqua a' cui	d'acqua, a' cui
48	29	71, 83	71, 63
50	19	1414, 19	1414, 49
53	7 e penl.	o omogenei ... 138 ... 15	e omogenei ... 168 ... 13
55	11	20	22
56	15	e se vi è la risultante	e se vi è, la risultante
ivi	26	essa è	un braccio di essa è
ivi	ivi	d' un'altra è	dell' altro, è
57	16 e 24	BD: AD ... di D	BD: AB ... di A
ivi	26	lor forze	sue forze
62	1 e 29	il punto ... onde	il peso ... ; onde
63	26	a un' istante	a ogn' istante
65	1 e 14	suo braccio ... DPG	braccio ... DBG
68	18	in cui	quando
70	13	c	a
75	7, 11 e 25	85 ... ripido	84 ... rapido
78	7	inverniciatura	incamiciatura
82	32	2. ^a	3. ^a
87	22	3. ^a	3 poll.
89	19, 21 e 32	Ingom ... gi, hk ... ultimo	Ingom ... gi, ohk ... ultimo
92	33	4 $\frac{1}{2}$	12 $\frac{1}{2}$
94	11	che rinchiude	che la rinchiude
95	3	9	11
96	23	EC	BC (Fig. 52.)
104	27	44	54
106	4 e 29	meno ... de' fluidi	più ... di fluidi
ivi	27	Ho l'istesso ec.	Ho l'istesso sopra un altro fluido prendendo con l' istessa esattezza il peso del volume di esso fluido allontanato dall' areome- tro. Ora questi due vo- lumi sono ad evidenza eguali per essere in equi- librio l' areometro ec.
110	16	13	15
112	3 e 19	15 ... in tempi	17 ... per orifizj
114	17	17	19

114 18	cilindrico prismatico	cilindrico o prismatico
116 21	13	19
117 2	uu fluido sgorga	un fluido zampilla,
126 34	essendo allora la somma	essendo la somma
128 24	giammai	quasi mai
136 15	la quale	il quale
131 8	retrogrado	retrogrado
137 23	suo	suoi
138 14	e per il suo	e però il suo
141 16	latitudine che	latitudine
142 4	23°	23° $\frac{1}{2}$
ivi 33	nell'equatore trasportato	trasportato nell'eclittica
146 7	della Terra	della Luna
147 penult.	triangolo ... il lato T	triangolo ... il lato T A
149 1	a questa	e questa
150 30	in 12	in 2
151 27	maximum	minimum
ivi 31 e 35	e ... sotto i poli	e ... sotto i polari
154 33	che il sole	in cui il sole
155 1 e 28	rasenta co' suoi raggi il fi- nitore ... ls	rasenta il finitore ... la
163 30	la circonferenza	e la circonferenza
ivi 31	e l'orbita	l'orbita -
ivi 33 e 36	235249 ec. 61038, 23	235294 ec. 61058, 23
164 7 e 11	19 i centri	15 ... i centri de' corpi
166 19	204	203
174 3	dalla terra	della terra
ivi 13	più piccola	più piccola di quella che vien prodotta dall'azion della Luna
175 12	gran maree	grandi maree
176 22	una forza come 100,95.	come 100 una forza 95
ivi 34	ad altezze	da altezze
181 4 e 22	composto ... dalla forza	semplice ... della forza
182 22	e raccorcendo	e raccorcìa
183 7	kh	kl
191 1	E O, cioè percorrere	= FO, e in virtù della gra- vità percorrerebbe la linea FR = 5 BE (§. 16.) cioè dec. percorrere
198 32)	evaporazione	vaporizzazione
230 penult.)	della coda inferiore	della coda della grappa in- feriore
197 2		
198 18	al freddo al caldo	a freddo ... a caldo
203 11	l'acqua, dec	, l'acqua dec

pag. vs.

ERRORI.

CORREZIONI.

206 32	si eleva nel tubo	si eleva l'acqua nel tubo
208 22	frequenti	seguenti
224 32	l' interno	l' aria interna
229 25	o in volume contengono	o in volume e alla stessa temperatura contengono
243 ult.	da portarsi	dal portarsi
244 22 e 23	possibile spogliarne i corpi anche senza	impossibile spogliarne i corpi senza
246 8	chiamate <i>idrofane</i> e pesate	, chiamata <i>idrofana</i> o pesata
248 15	favorevoli	sfavorevoli
250 23	facilmente il mezzo di lor restituire	il mezzo di lor restituire facilmente
255 <i>penult.</i>	le molecole integranti	le molecole integranti de' differenti corpi

1

2

3

B

4

5

6

7

8



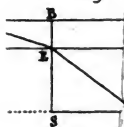
Fig.



75.



Fig.



Fig



Fig





Fig. 10



005641383

